



MULTIMEDIALNIE NA MATEMATYCE I

AGNIESZKA SZUMERA

Program nauczania matematyki dla szkoły branżowej I stopnia

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – dr inż. Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	5
2. Cele kształcenia – ogólne i szczegółowe	9
3. Organizacja warunków i sposób realizacji kształcenia	32
4. Metody, techniki i formy pracy	41
5. Ocenianie osiągnięć uczniów	47
6. Ewaluacja programu	50
7. Podsumowanie	52
Bibliografia	53

1. WPROWADZENIE

Niniejszy program nauczania dotyczy nauczania matematyki na III etapie edukacyjnym w szkole branżowej I stopnia. Od roku szkolnego 2019/2020 rekrutacja uczniów będzie uwzględniać absolwentów 8-letniej szkoły podstawowej. W programie kształcenia przewidziano 160 godzin dydaktycznych, które zostały rozłożone na trzy lata. Uczniowie rozpoczynając naukę w szkole branżowej I stopnia, posiadają wiadomości z matematyki co najmniej w zakresie podstawowym oraz umiejętność sprawnego rachowania. W trakcie nauki w szkole ponadpodstawowej doskonalą swój warsztat i zdobywają kolejne umiejętności.

Program nauczania to zapis zamierzonych zdarzeń edukacyjnych, obejmujących zakładane wyniki uczenia się, czynności uczniów odnoszące się do określonego materiału nauczania oraz niezbędne warunki do skutecznego i sprawnego uczenia się. W układzie treści programowych przyjęto strukturę według Stanisława Dylaka, który proponuje dosyć otwartą definicję programu jako „ogółu doświadczeń edukacyjnych zaplanowanych dla ucznia i nauczyciela, które mają doprowadzić ucznia do osiągnięcia określonych stanów bądź umożliwić mu doświadczenie określonych przeżyć poznawczych i emocjonalnych” (Dylak, 2000: 33).

1.1 Koncepcja programu

Program nauczania oparty jest przede wszystkim na teorii kształcenia konstruktywistycznego [teorii J. Piageta (Wadsworth, 1998)], prowadzącego uczniów do samodzielnego konstruowania wiedzy w wyniku prowadzonej przez nich pracy badawczej; osoba ucząca się aktywnie konstruuje swoją wiedzę dzięki podejmowanej aktywności. Na bazie tej teorii prof. Zofia Krygowska stworzyła koncepcję czynnościowego nauczania matematyki. Jest ona podstawową strategią poprawnego dydaktycznie procesu nauczania–uczenia się matematyki. Może być również interpretowana jako strategia odkrywania i tworzenia matematyki przez uczniów. Nauczanie czynnościowe charakteryzuje się „dbałością o precyzję i porządek, o jasność i dobre rozumienie pojęć matematycznych, o zgodność pojęć szkolnych z pojęciami naukowymi” (cyt. za: Siwek, 1998: 10). Celem nadrzędnym tej metody jest zdobywanie przez ucznia wiedzy operatywnej na podstawie zaplanowanej przez nauczyciela działalności. W metodzie czynnościowej realizuje się podejście konstruktywistyczne, w którym uczeń tworzy swoją wiedzę w integracji z otoczeniem, na drodze bogatych doświadczeń, pod kierunkiem nauczyciela i we współpracy z kolegami. W metodzie tej kładzie się duży nacisk zarówno na operatywne wiadomości, jak i na umiejętność ich zdobywania (również z zastosowaniem technologii ICT), stosowania, przetwarzania czy

komunikowania. „Istnieje dość wyraźny związek tej metody z zasadą łączenia poznania z działaniem, odkrywanie nowych elementów wiedzy na drodze eksperymentalnej (...). W nauczaniu czynnościowym (...) stroną aktywną na lekcji powinien być przede wszystkim uczeń, natomiast nauczyciel powinien pełnić rolę doradcy i inspiratora” (tamże: 13).

Koncepcja czynnościowego nauczania matematyki opiera się z jednej strony na podstawach metodologicznych matematyki jako nauki (abstrakcyjność pojęć, dedukcja jako specyficzna metoda rozumowania i język werbalno-symboliczny), z drugiej zaś na psychologii kształtowania się pojęć u dziecka. Profesorka Zofia Krygowska charakteryzuje czynnościowe nauczanie matematyki, które „jest postępowaniem dydaktycznym uwzględniającym stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równoległe z psychologicznym procesem interioryzacji prowadzącym od czynności konkretnych i wyobrażeniowych do operacji abstrakcyjnych” (cyt. za: Krygowska, 1977: 127).

W czynnościowym nauczaniu matematyki należy wyróżnić dwie podstawowe zasady:

- 1) wydobycie przez analizę teoretyczną z materiału nauczania podstawowych operacji w każdej definicji, twierdzeniu, dowodzie;
- 2) organizowanie sytuacji problemowych sprzyjających procesowi interioryzacji i kształtowaniu myślenia matematycznego ucznia jako świadomego posługiwania się stopniowo operacjami oraz konsekwentnego stosowania zabiegów dydaktycznych mających na celu zapewnienie prawidłowości i efektywności tego procesu.

Aby zrealizować w procesie nauczania matematyki w szkole branżowej I stopnia powyższe zasady, nieodzowną pomocą dydaktyczną stają się komputery. Niezwykle szybki rozwój techniki i technologii informacyjnej powoduje również szybkie zmiany w zakresie wymagań stawianych absolwentom szkół przystępującym do pracy. Edukacja powinna mieć charakter dynamiczny, powinna przewidywać i wyprzedzać przyszłe warunki i potrzeby społeczne. Dlatego też należy w nowoczesnej dydaktyce wykorzystać technologie informacyjno-komunikacyjne (ICT), które odgrywają ważną rolę w życiu współczesnego człowieka, a wręcz są jego nieodłączną częścią i towarzyszą mu w każdej dziedzinie życia. Rozpowszechnienie technik informacyjnych poprzez dostęp do smartfonów czy komputerów stwarza szansę nauczania i uczenia się w sposób nowy i zindywidualizowany, skupiony na rozwoju ucznia, kształtujący jego twórczą postawę i problemowe podejście do zadań. Warto uświadomić sobie (Rybak, 2016: 5), że komputery w nauczaniu matematyki mogą być wykorzystane w wielu aspektach, z których najważniejsze to:

- komputer jako niemal niewyczerpane źródło informacji i inspiracji, co pozwala przenieść ciężar kształcenia z treści na umiejętności,
- komputer jako nowoczesny środek dydaktyczny, który – pod warunkiem odpowiednio dobranego i wykorzystanego oprogramowania edukacyjnego – pozwala na upogłądowanie poznawanych treści, symulowanie i modelowanie procesów i zjawisk, ćwiczenie umiejętności w indywidualnym tempie itd. Komputer pomaga stawiać hipotezy i weryfikować je, rozpatrywać wiele

przypadków danego zagadnienia, szybko wykonuje żmudne obliczenia, precyzyjnie rysuje wykresy najbardziej skomplikowanych funkcji.

Niniejszy program nauczania jest propozycją kształcenia poprzez inspirowanie uczniów do samodzielnego konstruowania wiedzy matematycznej. Wykorzystanie komputera jest tutaj nieocenioną pomocą oraz niesie istotne korzyści dla indywidualnego rozwoju uczniów, ponieważ:

- pozwala pracować samodzielnie, a więc sprzyja ich aktywizacji;
- wywołuje pozytywną motywację do nauki poprzez uatrakcyjnienie procesu dydaktycznego i umożliwienie osiągnięcia sukcesu;
- może wykazać błędy, gdy tylko się pojawią, i wymusić niejako ich poprawę, przy czym pozwala na popeknanie błędów raczej „prywatnie” niż „publicznie” (ważne dla uczniów ze specjalnymi potrzebami);
- umożliwia polisensoryczność techniki kształcenia, które opiera się na trzech rodzajach doznań: wzrokowych, słuchowych i kinestetycznych;
- pozwala szybko uzyskiwać informacje i przetwarzać je, a tym samym badać wiele przypadków oraz drogą wielu prób weryfikować postawione hipotezy, co jest istotnym elementem samodzielnego konstruowania wiedzy (tamże: 6).

Wszechstronny rozwój ucznia powinien być nadrzędnym celem wszystkich systemów edukacyjnych i wszelkich działań podejmowanych w ramach funkcjonowania tych systemów. Przygotowuje się uczniów do życia i działania w szybko zmieniającym się świecie, dlatego też należy wykształcić w nich zdolność samodzielnego przystosowywania własnej wiedzy i umiejętności do stanu, jakiego ten świat będzie wymagał. Powinno się wzmacniać aktywność i kreatywność uczniowską, co jest dużym wyzwaniem dla współczesnego nauczyciela (Townsend, 2012: 116).

Poprzez takie multimedialne podejście do nauczania matematyki program zakłada odejście od stereotypów – wyjście poza ramy obowiązującego systemu edukacji, pozostając w zgodzie z obowiązującymi przepisami prawa oświatowego. Ucznia ma cechować odkrywczność i wynalazczość, przez co program rozwija umiejętności ponadprzedmiotowe (np.: umiejętność kreatywnego rozwiązywania problemów, pracy w zespole itp.) oraz wpływa na jego wszechstronny rozwój. Dodatkowo uczeń nabywa kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, a także kompetencje cyfrowe przez co program wprowadza nowe formy kształtowania postaw i umiejętności niezbędnych na rynku pracy. Program nauczania uwzględnia zalecenia MEN w zakresie edukacji włączającej. Największym terapeutą dla dziecka niepełnosprawnego jest jego grupa rówieśnicza i pełne w niej uczestniczenie. Praca z komputerem wspomaga odkrywczność każdego człowieka. Zgodnie z nowymi przepisami poradnie psychologiczno-pedagogiczne mają za zadanie wspomóc szkoły w organizowaniu zespołów dla uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych. Pomoc psychologiczno-pedagogiczna udzielana w szkole branżowej I stopnia polega

na rozpoznawaniu i zaspokajaniu indywidualnych potrzeb rozwojowych i edukacyjnych ucznia oraz rozpoznawaniu indywidualnych możliwości psychofizycznych i czynników środowiskowych wpływających na jego funkcjonowanie w szkole branżowej I stopnia, w celu wspierania potencjału rozwojowego ucznia i stwarzania warunków do jego aktywnego i pełnego uczestnictwa w życiu szkoły oraz w środowisku społecznym (Dz.U. z dnia 25 sierpnia 2017 r., poz. 1591). Należy stworzyć różne formy pomocy i wsparcia. Pokazywanie dobrych praktyk jest przykładem przełamywania stereotypów i lęków związanych z edukacją włączającą.

2. CELE KSZTAŁCENIA – OGÓLNE I SZCZEGÓŁOWE

Celem edukacji w szkole branżowej I stopnia jest przygotowanie uczniów do uzyskania kwalifikacji zawodowych, a także – jak w przypadku innych typów szkół – do pracy i życia w warunkach współczesnego świata. Kształcenie ogólne w szkole branżowej I stopnia otwiera proces uczenia się przez całe życie. Poza kształceniem zawodowym, szkoła branżowa I stopnia ma za zadanie wyposażyć uczniów w odpowiedni zasób wiedzy ogólnej, która stanowi fundament wykształcenia, a także pozwala na zdobycie podczas dalszej nauki zróżnicowanych kwalifikacji zawodowych oraz umożliwia kontynuację kształcenia w szkole branżowej II stopnia, a następnie jej późniejsze doskonalenie lub modyfikowanie (Dz.U. z dnia 24 lutego 2017 r., poz. 1591).

Celem kształcenia jest kształtowanie kreatywnych postaw i asertywnych zachowań związanych z wykształceniem umiejętności matematycznych stosowanych w praktycznej działalności. Należy wyposażyć uczniów w „podstawowe metody i narzędzia przydatne do opisu zjawisk dotyczących różnych aspektów życia oraz działalności człowieka, a także do funkcjonowania we współczesnym świecie, również poprzez wsparcie pozostałych gałęzi wiedzy” (cyt. za: Borgensztajn, 2018: 32).

Wśród ogólnych celów kształcenia matematyki w szkole branżowej I stopnia można wyróżnić:

- uczeń interpretuje tekst matematyczny, po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik (wykorzystanie informacji);
- uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych (wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji);
- uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu (modelowanie matematyczne);
- uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania (użycie i tworzenie strategii);
- uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków (rozumowanie i argumentacja) (Dz.U. z dnia 24 lutego 2017 r., poz. 1591).

Wiedza nabywana przez uczniów szkoły branżowej I stopnia powinna stanowić podstawę do kształtowania określonych umiejętności i postaw. Jednokierunkowa aktywność procesów poznawczych nie rozwinię u uczniów pasji i zainteresowań w zakresie zastosowania matematyki. Dziedzina matematyki obejmuje „solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, podstawowych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź” (Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej 2018/C 189/01). Wymagane jest zatem rozwijanie umiejętności stosowania podstawowych zasad i procesów matematycznych w codziennych

sytuacjach prywatnych i zawodowych (np. umiejętności finansowe), a także umiejętności śledzenia i dokonywania prób oceny ciągu argumentów. Każdy uczeń w zakresie swoich możliwości powinien rozumować w matematyczny sposób, komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy, w tym danych statystycznych i wykresów, a także rozumienia matematycznych aspektów cyfryzacji. Analizując Zalecenia Rady Unii Europejskiej z dnia 22 maja 2018 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie, do głównych celów nauczania matematyki można zaliczyć:

- umiejętność logicznego i analitycznego myślenia, wskazanego w każdej dziedzinie życia;
- sprawność interpretowania wyników i konstruowania wniosków;
- umiejętność analizowania i interpretowania danych, organizacji czasu, prezentowania wyników i osiągnięć;
- umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania zagadnień wynikających z codziennych doświadczeń;
- umiejętność precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie;
- rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- umiejętność interpretacji i przetwarzania tekstu matematycznego;
- kształtowanie wyobraźni przestrzennej;
- umiejętność budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia powszedniego oraz ich wykorzystywanie do rozwiązywania problemów praktycznych;
- zdolność do wykorzystywania logicznego i racjonalnego myślenia do weryfikowania hipotez i wyciągania wniosków;
- umiejętność szacowania i przewidywania wyników;
- kształtowanie spostrzegawczości;
- umiejętność zbierania, porządkowania i analizy danych oraz ich interpretacji;
- umiejętność rozumowania na podstawie podanego modelu;
- umiejętność dostrzegania związków i analogii w matematyce;
- umiejętność budowania algorytmów i posługiwania się nimi;
- rozbudowanie świadomości intelektualnej ukierunkowanej na kontynuację nauki;
- umiejętność rozwiązywania problemów w twórczy sposób;
- odpowiedzialne korzystanie z technologii cyfrowych oraz świadomość prawnych i etycznych zasad z tym związanych.

Proces kształtowania postaw podczas lekcji matematyki powinien dotyczyć nabywania szacunku dla prawdy, rozbudzania ciekawości poznawczej, chęci i wytrwałości podczas poszukiwania przyczyn i oceniania zasadności podjętych decyzji zarówno w aspekcie podejmowania inicjatyw, jak i pracy zespołowej.

Na rynku pracy poszukiwani są pracownicy kompetentni, czyli posiadający wiedzę, umiejętności oraz odpowiednie cechy osobowości, które rozwijane w trakcie

kariery zawodowej, będą sprzyjały budowaniu sukcesu firmy. W trakcie rozmów kwalifikacyjnych bada się, w jaki sposób zachowują się osoby wykonujące powierzoną im funkcję, wiedzę oraz umiejętności. Istotne są predyspozycje dotyczące zachowań lub reagowania w pewien sposób (na przykład pewność siebie, odporność na stres, dobra komunikacja czy umiejętność współpracy z innymi osobami w zespole). Aby wzmocnić przyszłą pozycję absolwentów na rynku pracy, szkoła oprócz przekazywania wiedzy teoretycznej musi kształtować także umiejętności ponadprzedmiotowe, przygotowujące ucznia do pełnienia w przyszłości różnych ról w społeczeństwie. W szkole uczniowie powinni kształcić swoje umiejętności wykorzystywania zdobytej wiedzy, aby w ten sposób lepiej przygotować się do pracy w warunkach współczesnego świata. Wszystko to ma cel nadrzędny – przeniesienie nacisku z nauczania na uczenie się – aktywną pracę i rozwój ucznia (Iwaszczuk, 2009: 10). Dlatego w nauczaniu matematyki podstawową rolę odgrywa aktywność uczniów. Wiadomości, umiejętności i nawyki zdobyte przez uczniów w czasie ich aktywnej działalności matematycznej są o wiele trwalsze od tychże kompetencji przyswajanych biernie. Działalność nauczyciela powinna być skupiona głównie na kierowaniu odkrywaniem przez uczniów faktów, reguł i twierdzeń matematycznych.

2.1. Treści nauczania

Uczniowie na których jest ukierunkowany program pochodzą z różnych środowisk społecznych. Stanowią grupę o bardzo zróżnicowanych umiejętnościach i wiedzy wyniesionej z różnych szkół podstawowych. Przed nauczycielem jest bardzo ważne zadanie wyrównania braków wiedzy i ujednoczenia poziomu całej klasy. Każdy nauczyciel wie, że wprowadzenie nowych treści poprzedza powtórzenie wiadomości z wcześniejszych etapów edukacyjnych niezbędnych dla ich zrozumienia. Umożliwia to łagodne przejście do nowych treści, oswojenie ucznia z nową szkołą oraz sprawdzenie i wyrównanie poziomu uczniów, którzy trafiają do szkoły branżowej I stopnia z różnych szkół podstawowych.

W programie wprowadza się następujący podział godzin: klasa I 2/2, klasa II 2/2, klasa III 1/1 (Dz.U. z dnia 31 marca 2017 r., poz. 703), zakładając, że semestr trwa 16 tygodni, co razem daje 160 godzin. W klasie I i II jednostka lekcyjna będzie trwała 2x45 min w każdym semestrze, czyli lekcja matematyki będzie raz w tygodniu. Powodowane jest to tym, iż uczniowie, zgodnie z zasadą konstruktywizmu oraz nauczaniem czynnościowym, będą starać się samodzielnie prowadzić prace badawcze inspirowani przez nauczyciela odpowiednimi pytaniami, i będą uczestniczyli w planowaniu kolejnych kroków. Wydłużony czas trwania lekcji jest też niezbędny, aby przeprowadzić tę lekcję z użyciem komputera i zakończyć daną pracę badawczą. Ważne jest to szczególnie dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Można też tak zorganizować plan pracy szkoły, aby dwie lekcje w tygodniu z matematyki odbywały

się w pracowni komputerowej, żeby każdy miał dostęp do stanowiska komputerowego. Podnosi to poziom kompetencji cyfrowych uczniów.

W przypadku edukacji matematycznej mamy do czynienia z liniowo-spiralnym układem treści nauczania, tzn. treści uporządkowane są w taki sposób, żeby można było do nich powracać i ciągle utrwać. Jedne treści są podstawą do wprowadzania innych z uwzględnieniem hierarchii, kolejności i zasady stopniowania trudności. Dlatego też w pierwszym tygodniu nauki w klasie I nauczyciel powinien sprawdzić, jakie wiadomości i umiejętności posiada uczeń rozpoczynający naukę w szkole branżowej I stopnia i – jeśli zajdzie taka potrzeba – pierwszy okres poświęcić na wyrównanie poziomu wiedzy i umiejętności. W związku z tym w klasie I jako pierwsze omawiane są liczby rzeczywiste (w celu rozpoznania umiejętności rachowania przez uczniów), następnie – po sprawdzenie wiedzy i umiejętności – wprowadzane są nowe pojęcia związane z zastosowaniami matematyki w praktyce (pojęcia: błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia, procentu składanego, wzorów skróconego mnożenia). Kolejno omawiane są przedziały liczbowe, równania i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Następny dział to Funkcje, gdzie uczeń poznaje podstawowe zagadnienia dotyczące funkcji i jej własności. Przed omówieniem funkcji liniowej rozwiązywane są układy równań pierwszego stopnia metodami algebraicznymi, a dopiero potem pojawia się interpretacja geometryczna układów równań liniowych. Pod koniec klasy I uczeń wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień osadzonych w kontekście praktycznym poprzez zagadnienia z programowania liniowego, takie jak np. treści dotyczące optymalnej produkcji. Taki wybór treści nauczania pozwala nauczycielowi na utrwalenie wiadomości zdobytych przez uczniów na wcześniejszych etapach edukacji. Na początek klasy II wprowadza się funkcję kwadratową wraz z wykorzystaniem jej własności w prostych zagadnieniach optymalizacyjnych. Po proporcjonalności odwrotnej omawia się Trygonometrię, aby w następnym dziale – Planimetrii – można było stosować funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań. Pod koniec klasy II przypomina się geometrię przestrzenną poznaną w klasie VIII szkoły podstawowej. W klasie III uczeń stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości figur przestrzennych (razem z bryłami obrotowymi) oraz poznaje elementy statystyki opisowej – w zakresie umożliwiającym zrozumienie i zastosowanie zdobytej wiedzy w praktyce. W związku z powyższym kolejność realizacji treści nauczania (liniowo, koncentrycznie, spiralnie) wraz z odniesieniem do podstawy programowej dla branżowej szkoły I stopnia oraz ze szczegółowymi celami kształcenia przedstawiona jest poniżej. Cele edukacyjne sformułowane w postaci operacyjnej jako wiedza, umiejętności, postawy umożliwiające zaobserwowanie określonego wyniku (Niemierko, 2007:153) zgodnie z teorią konstruktywizmu i metodą czynnościowego nauczania matematyki. W nawisie zaproponowana jest orientacyjna liczba godzin przeznaczona do realizacji na dane hasło programowe. Liczba ta jest jednak uzależniona od specyfiki klasy. Rozsądny nauczyciel powinien ją dostosować do możliwości i potrzeb swoich uczniów.

KLASA I

I Dział programowy: Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne (26 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

I.1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg).

Hasło tematyczne: Liczby naturalne, cechy podzielności (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 4, 5, 9, 10;
- wypisuje dzielniki liczby naturalnej;
- rozkłada liczbę naturalną na czynniki pierwsze;
- wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.

Hasło tematyczne: Liczby całkowite, liczby wymierne (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne;
- wykonuje działania na liczbach wymiernych;
- stosuje umowy dotyczące kolejności wykonywania działań.

Hasło tematyczne: Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;
- zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe;
- wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku liczby podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego.

Hasło tematyczne: Potęgi (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;
- stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń.

Hasło tematyczne: Pierwiastek kwadratowy i pierwiastek sześcienny (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza wartość pierwiastka drugiego stopnia z liczby nieujemnej;
- wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;
- oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby rzeczywistej.

Hasło tematyczne: Liczby rzeczywiste (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wykonuje działania na liczbach rzeczywistych przedstawionych w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- wykazuje się starannością w działaniach na liczbach rzeczywistych;
- rozwiązuje zadania z treścią.

Odniesienie do podstawy programowej:

l.2) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia.

Hasło tematyczne: Przybliżenia – reguła zaokrąglania (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- zaokrągla liczbę zadaną dokładnością;
- oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia, jakie jest to przybliżenie z nadmiarem czy z niedomiarem;
- oszacowuje wynik.

Hasło tematyczne: Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- znajduje wartość bezwzględną liczby;
- rozróżnia pojęcia: błąd bezwzględny, błąd względny przybliżenia;
- oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia.

Odniesienie do podstawy programowej:

l.4) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).

Hasło tematyczne: Procenty (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza procent danej liczby;
- oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba;
- wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent;
- zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent.

Hasło tematyczne: Lokaty. Procent składany (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych;
- wykonuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów z życia codziennego np. obliczenia podatkowe, odsetki od lokat bankowych, kredytów.

Hasło tematyczne: Diagramy procentowe (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- odczytuje informacje z diagramu procentowego;
- odróżnia pojęcie punktu procentowego od procentu;
- rozumie, że diagram to graficzny sposób przedstawiania danych.

Odniesienie do podstawy programowej:

1.5) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Hasło tematyczne: Wyrażenia algebraiczne (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
- nazywa i zapisuje wyrażenia algebraiczne; oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Hasło tematyczne: Redukcja wyrazów podobnych (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- porządkuje jednomiany;
- mnoży jednomiany;
- redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;
- dodaje i odejmuje sumy algebraiczne.

Hasło tematyczne: Mnożenie sum algebraicznych (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- mnoży sumę algebraiczną przez jednomian;
- mnoży sumy algebraiczne i sprowadza je do najprostszej postaci.

Hasło tematyczne: Wzory skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$ (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów;
- przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- stosuje wzory skróconego mnożenia do rozwiązywania problemów praktycznych.

II. Dział programowy: Równania i nierówności (11 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

1.3) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Hasło tematyczne: Oś liczbowa (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu i odwrotnie – zaznacza punkt o danej współrzędnej na osi liczbowej;
- wykazuje się starannością przy zaznaczaniu punktu na osi liczbowej.

Hasło tematyczne: Przedziały liczbowe (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony;
- zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej;
- wykazuje się dokładnością przy zaznaczaniu przedziałów na osi liczbowej.

Odniesienie do podstawy programowej:

Il. 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania.

Hasło tematyczne: Rozwiązanie równania liniowego jednej zmiennej (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania;
- układa zadanie tekstowe do równania liniowego.

Hasło tematyczne: Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- stosuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym;
- wykazuje się starannością przy wykonywaniu obliczeń.

Odniesienie do podstawy programowej:

Il. 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Hasło tematyczne: Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału;
- stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym;
- wykazuje postawę samodzielności intelektualnej i dociekliwości.

III. Dział programowy: Funkcje (25 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

III.1) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu.

Hasło tematyczne: Pojęcie funkcji. Sposoby opisu funkcji (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- stosuje pojęcia: funkcja, argument, dziedzina, wartość funkcji;
- przedstawia funkcję za pomocą: opisu słownego, grafu, tabeli, wzoru, wykresu;
- rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje.

Hasło tematyczne: Obliczanie wartości funkcji (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu;
- wyznacza dziedzinę funkcji.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.2) odczytuje z wykresu niektóre własności funkcji (miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, punkty, w których funkcja przyjmuje w danym przedziale wartość największą lub najmniejszą).

Hasło tematyczne: Układ współrzędnych (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;
- odczytuje współrzędne punktów zaznaczonych w układzie współrzędnych.

Hasło tematyczne: Wykres funkcji (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- przedstawia funkcję liczbową określoną tabelą, opisem słownym lub wzorem za pomocą wykresu;
- odczytuje z wykresu funkcji wartość funkcji dla danego argumentu oraz argumenty dla danej wielkości funkcji.

Hasło tematyczne: Własności funkcji (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- odczytuje z wykresu niektóre własności funkcji (miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, ma stały znak, argumenty, dla których funkcja przyjmuje w danym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- odczytuje z wykresu funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero;

- wykazuje się dokładnością w odczytywaniu wykresów.

Hasło tematyczne: Funkcje w sytuacjach praktycznych (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozpoznaje zależność funkcyjną umieszczoną w kontekście praktycznym, określa dziedzinę oraz zbiór wartości takiej funkcji;
- przedstawia zależności opisane w zadaniach tekstowych w postaci wzoru lub wykresu;
- odczytuje z diagramów i wykresów typowe zależności funkcyjne spotykane w przyrodzie, gospodarce i w życiu codziennym.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.3) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru.

Hasło tematyczne: Wykres funkcji liniowej (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rysuje wykresy funkcji liniowych, korzystając ze wzoru;
- wykazuje się dokładnością w rysowaniu wykresów;
- bada i ustala rolę współczynników a i b we wzorze $y = ax + b$.

Hasło tematyczne: Punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza współrzędne punktów przecięcia prostej danej równaniem kierunkowym z osiami układu współrzędnych.

Odniesienie do podstawy programowej:

II.2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Hasło tematyczne: Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- sprawdza, czy para liczb spełnia układ równań;
- rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników;
- określa, czy dany układ równań jest układem oznaczonym, nieoznaczonym czy sprzecznym.

Hasło tematyczne: Interpretacja geometryczna układów równań liniowych (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje układ równań metodą graficzną;

- wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych;
- bada i ustala, jak zmienia się rozwiązanie przy zmianie współczynników układu równań.

Hasło tematyczne: Układy równań – zastosowania (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- układa i rozwiązuje układy równań do zadań tekstowych.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.4) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Hasło tematyczne: Wzór funkcji liniowej (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- znajduje równanie prostej, gdy dane są: jeden punkt do niej należący i jej współczynnik kierunkowy;
- wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej;
- wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Hasło tematyczne: Monotoniczność funkcji liniowej – współczynnik kierunkowy prostej (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem;
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.9) wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).

Hasło tematyczne: Nierówności liniowe – wstęp do programowania liniowego (treści dotyczące problemu optymalnej produkcji czy problemu mieszanek) (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza półpłaszczyznę opisaną nierównością liniową dwóch zmiennych;
- przedstawia graficznie proste nierówności liniowe;
- zapisuje zaznaczoną część półpłaszczyzny za pomocą nierówności liniowej.

Razem 62h + 2h do dyspozycji nauczyciela (suma 64 h).

KLASA II

III. Dział programowy: Funkcje (23 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

III.6) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru.

Hasło tematyczne: Wykres i własności funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$ (1h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$;
- określa własności funkcji $f(x) = ax^2$;
- stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań o treści praktycznej.

Hasło tematyczne: Postać kanoniczna funkcji kwadratowej (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- bada i ustala związek pomiędzy współzrędnymi wierzchołka paraboli a współczynnikami występującymi w postaci kanonicznej funkcji kwadratowej.
- przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej z zastosowaniem wzoru na współzrędną wierzchołka paraboli.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje).

Hasło tematyczne: Postać ogólna funkcji kwadratowej (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozpoznaje trójmian kwadratowy;
- odczytuje współczynniki a, b, c funkcji kwadratowej;
- zapisuje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
- korzystając z postaci ogólnej funkcji kwadratowej, oblicza jej wartości dla podanych argumentów;
- oblicza wyróżnik funkcji kwadratowej;
- oblicza współzrędną wierzchołka paraboli;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej podanej w postaci ogólnej;
- bada i ustala rolę współczynników a, b, c we wzorze $y = ax^2 + bx + c$.

Hasło tematyczne: Punkty charakterystyczne paraboli $y = ax^2 + bx + c$ (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza współzrędną punktów charakterystycznych paraboli (punktów przecięcia wykresu funkcji kwadratowej z osiami układu współrzędnych, wierzchołka paraboli);

- korzystając z punktów charakterystycznych paraboli, rysuje wykres funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje zadania o treści praktycznej z wykorzystaniem punktów charakterystycznych paraboli.

Hasło tematyczne: Postać iloczynowa funkcji kwadratowej oraz warunek jej istnienia (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- rozkłada trójmian kwadratowy na czynniki liniowe;
- odczytuje wartości pierwiastków funkcji kwadratowej podanej w postaci iloczynowej;
- bada i ustala związek pomiędzy położeniem wykresu funkcji kwadratowej a liczbą jej miejsc zerowych;
- przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej.

Odniesienie do podstawy programowej:

II.4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą.

Hasło tematyczne: Równania kwadratowe z jedną niewiadomą (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje równanie kwadratowe, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia oraz zasady wyłączania wspólnego czynnika przed nawias;
- interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego;
- ustala liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie wartości jej wyróżnika;
- rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając ze wzorów na pierwiastki równania kwadratowego.

Odniesienie do podstawy programowej:

II.5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

Hasło tematyczne: Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje nierówności kwadratowe, wykorzystując własności odpowiednich funkcji kwadratowych;
- rozwiązuje nierówność kwadratową, posługując się wykresem funkcji kwadratowej.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.8) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.

Hasło tematyczne: Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- stosuje funkcję kwadratową do opisu zależności i rozwiązywania problemów z życia codziennego;
- rozwiązuje problemy praktyczne, stosując własności funkcji kwadratowej.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.9) wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych, ekonomicznych itp.

Hasło tematyczne: Zadania optymalizacyjne (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);
- stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, w tym zadań o treści praktycznej.

Hasło tematyczne: Zadania ekonomiczne (funkcja popytu i podaży i związana z nią cena niska i wysoka) (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozwiązuje problemy praktyczne, stosując własności funkcji kwadratowej.

Odniesienie do podstawy programowej:

III.10) szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

Hasło tematyczne: Proporcjonalność odwrotna (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- wyznacza współczynnik proporcjonalności;
- stosuje wzór proporcjonalności odwrotnej;
- odczytuje informacje z wykresu proporcjonalności odwrotnej;
- rozwiązuje zadania o treści praktycznej, stosując proporcjonalność odwrotną.

Hasło tematyczne: Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności);
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze;
- wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki;
- bada i ustala rolę współczynnika a we wzorze $y = \frac{a}{x}$;
- korzysta ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień praktycznych związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

IV. Dział programowy: Trygonometria (11 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

IV.1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów ostrych.

Hasło tematyczne: Kąty w trójkącie prostokątnym i równobocznym (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów oraz długości boków;
- stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań;
- sprawdza, czy trójkąt jest prostokątny, znając długość jego boków;
- stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania problemów praktycznych;
- stosuje wzory na długość przekątnej kwadratu i długość wysokości trójkąta równobocznego do rozwiązywania zadań;
- wykazuje się starannością przy wykonywaniu rysunków.

Hasło tematyczne: Funkcje trygonometryczne kąta ostrego (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych danego trójkąta prostokątnego;
- stosuje definicję funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i równobocznym;
- korzysta z wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60° do rozwiązywania zadań praktycznych.

Odniesienie do podstawy programowej:

IV.2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora).

Hasło tematyczne: Trygonometria – zastosowania (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- określa sinus, cosinus, tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i równobocznym;
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, korzystając z tablic funkcji trygonometrycznych, kalkulatora lub komputera;
- rozwiązuje zadania geometryczne z wykorzystaniem wartości funkcji trygonometrycznych kątów.

Odniesienie do podstawy programowej:

IV.3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).

Hasło tematyczne: Trygonometria – zastosowania (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta (miarę dokładną albo – korzystając z tablic, kalkulatora lub komputera – przybliżoną);
- rozwiązuje zadania geometryczne z wykorzystaniem wartości funkcji trygonometrycznych kątów.

Odniesienie do podstawy programowej:

IV.4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ oraz } \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha.$$

Hasło tematyczne: Związki między funkcjami trygonometrycznymi (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- zna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- przekształca wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
- wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich;
- stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne.

V. Dział programowy: Planimetria (13 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

V.1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.

Hasło tematyczne: Kąt środkowy i kąt wpisany (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- odróżnia okrąg od koła;

- wskazuje w okręgu (kole) promień, cięciwę i średnicę;
- rozpoznaje kąty środkowe oraz wskazuje łuki, na których są oparte;
- rozpoznaje kąty wpisane oraz wskazuje łuki, na których są oparte;
- stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku.

Odniesienie do podstawy programowej:

V.2) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych.

Hasło tematyczne: Trójkąt – jego pole i obwód (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza pola i obwody trójkątów z zastosowaniem poznanych twierdzeń i faktów, również z zakresu trygonometrii.

Hasło tematyczne: Czworokąty – własności, pola i obwody (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- klasyfikuje czworokąty;
- rozróżnia czworokąty i wskazuje: wierzchołki, kąty, boki i przekątne czworokąta;
- oblicza pola i obwody czworokątów;
- stosuje poznane wzory i własności czworokątów do rozwiązywania problemów praktycznych, również z zakresu trygonometrii.

Hasło tematyczne: Długość okręgu i pole koła (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- oblicza długość łuku okręgu i pole wycinka koła.

Hasło tematyczne: Figury geometryczne – zastosowanie (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- stosuje własności trójkątów, czworokątów i kół do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, również z zastosowaniem trygonometrii.

VI. Dział programowy: Stereometria (14 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

VI.1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów.

Hasło tematyczne: Wzajemne położenie prostych w przestrzeni (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni;

- rozpoznaje proste prostopadłe, równoległe i skośne w przestrzeni;
- wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne;
- wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka;
- rozpoznaje w graniastosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi);
- rozpoznaje w ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi).

Hasło tematyczne: Odcinki w graniastosłupie i ostrosłupie (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wskazuje na modelu i rysunku wielościanu odcinki zawarte w prostych równoległych, przecinających się, skośnych;
- oblicza miary kątów między odcinkami w graniastosłupach i ostrosłupach;
- oblicza długości przekątnych graniastosłupów prostych.

Odniesienie do podstawy programowej:

VI.2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów.

Hasło tematyczne: Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- bada wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- przeprowadza wnioskowania dotyczące wzajemnego położenia prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- wskazuje na modelu i zaznacza na rysunku kąty nachylenia krawędzi i przekątnych wielościanów do ścian.

Hasło tematyczne: Pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy;
- wyznacza miarę kąta między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy;
- wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy;
- wyznacza miarę kąta między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy;
- oblicza miary kątów między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach;
- rozwiązuje zadania z wykorzystaniem miary kąta między prostą a płaszczyzną.

Odniesienie do podstawy programowej:

VI.4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami.

Hasło tematyczne: Kąt dwuścienny (1 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami graniastosłupów i ostrosłupów;
- wyznacza miarę kąta między sąsiednimi ścianami graniastosłupów;
- wyznacza kąt dwuścienny między ścianami ostrosłupa.

Odniesienie do podstawy programowej:

V.5) wyznacza przekroje prostopadłościanów płaszczyzną.

Hasło tematyczne: Przekroje prostopadłościanów płaszczyzną (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rysuje siatki prostopadłościanów;
- rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment;
- rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment;
- wyznacza przekroje prostopadłościanów;
- określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną;
- określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- oblicza pola przekrojów prostopadłościanu.

Razem 61h + 3h do dyspozycji nauczyciela (suma 64 h)

Klasa III**VI. Dział programowy: Stereometria (16 h)**

Odniesienie do podstawy programowej:

VI.3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt między tworzącymi stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.

Hasło tematyczne: Walec (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozpoznaje walec wśród innych brył obrotowych;
- prezentuje opis definicji walca;
- zaznacza przekrój osiowy walca;
- wskazuje, jaką figurą jest rozwinięcie powierzchni bocznej walca;
- rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca.

Hasło tematyczne: Stożek (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- rozpoznaje stożek wśród innych brył obrotowych;
- prezentuje opis definicji stożka;
- zaznacza przekrój osiowy i kąt rozwarcia stożka;

- wskazuje, jaką figurą jest rozwinięcie powierzchni bocznej walca;
- rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka.

Odniesienie do podstawy programowej:

VI.6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

Hasło tematyczne: Pole powierzchni i objętość graniastopuła (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza pole powierzchni graniastopuła, mając daną jego siatkę;
- oblicza pola powierzchni bocznej lub całkowitej graniastopułów prostych;
- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pól powierzchni graniastopułów;
- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania objętości graniastopułów;
- rozwiązuje zadania praktyczne, dotyczące graniastopułów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- stosuje wiadomości dotyczące graniastopułów do rozwiązywania problemów z życia codziennego;
- zamienia i stosuje jednostki powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych.

Hasło tematyczne: Pole powierzchni i objętość ostrosłupa (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę;
- oblicza pola powierzchni bocznej lub całkowitej ostrosłupów;
- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pól powierzchni ostrosłupów;
- oblicza objętości ostrosłupów prawidłowych;
- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania objętości ostrosłupów;
- rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące ostrosłupów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- stosuje wiadomości dotyczące ostrosłupów do rozwiązywania problemów z życia codziennego;
- stosuje i zamienia jednostki powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych.

Hasło tematyczne: Pole powierzchni i objętość walca (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza pole powierzchni całkowitej walca;
- oblicza objętość walca;

- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pola powierzchni i objętości walca;
- rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące walców z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- stosuje wiadomości dotyczące walców do rozwiązywania problemów z życia codziennego;
- stosuje i zamienia jednostki powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych.

Hasło tematyczne: Pole powierzchni i objętość stożka (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza pole powierzchni całkowitej stożka;
- oblicza objętość stożka;
- stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pola powierzchni i objętości stożka;
- rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące stożków z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- stosuje wiadomości dotyczące stożków do rozwiązywania problemów z życia codziennego;
- zamienia jednostki powierzchni i objętości;
- stosuje jednostki powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych.

VII. Dział programowy: Elementy statystyki opisowej (12 h)

Odniesienie do podstawy programowej:

VII.1) oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną i medianę (także w przypadku danych pogrupowanych).

Hasło tematyczne: Średnia arytmetyczna (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza średnią arytmetyczną danych liczb;
- oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramie;
- wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań.

Hasło tematyczne: Średnia ważona (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- oblicza i interpretuje średnią ważoną (także w przypadku danych pogrupowanych).

Hasło tematyczne: Mediana i dominanta (2 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- wyznacza medianę i dominantę zestawu danych;
- interpretuje medianę i dominantę podanych danych;
- wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań.

Odniesienie do podstawy programowej:

VII.2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w postaci diagramów, wykresów i tabel.

Hasło tematyczne: Różne sposoby prezentacji danych (3 h)

Wiedza, umiejętności, postawy:

- odczytuje i interpretuje dane przedstawione w postaci diagramów, wykresów i tabel;
- uporządkowuje dane statystyczne;
- opracowuje i przedstawia w zadanej postaci zestawy danych;
- interpretuje i porównuje zależności między danymi przedstawionymi w mediach;
- wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł.

Razem 28h + 4h do dyspozycji nauczyciela (suma: 32 h).

W prezentowanym układzie nauczania zdecydowano się przesunąć pojęcie przedziału liczbowego z działu Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne do działu Równania i nierówności, ponieważ uczeń dostrzeże potrzebę praktycznego zastosowania przedziału liczbowego do zapisywania rozwiązań nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Również interpretacja graficzna układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi została przeniesiona z działu Równania i nierówności do działu Funkcje i znajduje się po prezentacji wykresu funkcji liniowej. W klasie pierwszej treści będą obejmowały funkcję liniową, natomiast w klasie drugiej zostanie wprowadzone pojęcie funkcji kwadratowej, zatem rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych zostało przeniesione do działu Funkcje w klasie drugiej. Autorski układ treści nauczania jest możliwy do indywidualnego zastosowania przez nauczyciela po rozpoznaniu możliwości uczniów. Można go modyfikować, co nie zmieni głównej koncepcji programu kształcenia multimedialnego opartej na głębokiej znajomości procesu nauczania.

Treści wykraczające poza podstawę programową to treści z zakresu nierówności liniowych. Dotyczą problemu optymalnej produkcji czy problemu mieszanek oraz nierówności kwadratowych dotyczących funkcji popytu i podaży i związanej z tym ceny niskiej i wysokiej. Wyrobi to w uczniach szerokie spojrzenie na zastosowanie matematyki w życiu codziennym oraz zauważą inne podejście do jej użycia.

Zaproponowany układ treści uwzględnia wiek i zainteresowania uczniów. Określa on powinności i daje zbiór tematów z wybranych obszarów wiedzy. Nauczyciel powinien przekazać wiadomości uczniom z uwzględnieniem wieku i zainteresowań, a oni powinni przyswoić sobie ich treść. Ten układ jest także adekwatny do potrzeb uczniów, w tym uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. W edukacji powinna spełniać się idea jedności w różnicowaniu. Oznacza to tworzenie takich warunków, w których – uznając indywidualne potrzeby i możliwości młodzieży – zapewnia się wspólne

kształcenie wszystkim, ze szczególnym uwzględnieniem uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

Na liście szczegółowych celów kształcenia i wychowania niezbędnych do pracy w warunkach edukacji włączającej powinny znaleźć się między innymi:

- zaszczepienie u młodzieży matematycznej ciekawości;
- kształtowanie pozytywnej motywacji do podejmowania zadań wymagających wysiłku umysłowego;
- aktywizowanie uczniów, zachęcanie do podejmowania inicjatywy i realizowania własnych pomysłów;
- podejmowanie i kontynuowanie działalności matematycznej z własnej chęci i w poczuciu odpowiedzialności;
- odczuwanie satysfakcji z własnej aktywności matematycznej i z jej wyników;
- doznawanie w trakcie uczenia się matematyki poczucia swobody, bezpieczeństwa i podmiotowości;
- świadome projektowanie (generowanie) i wykonywanie oraz sprawdzanie i ocenianie w samodzielnym działaniu własnych pomysłów matematycznych;
- osiągnięcie poprzez własną aktywność matematyczną czegoś nowego i wartościowego;
- posiadanie świadomości odkrycia lub stworzenia użytecznej nowości matematycznej samodzielnym wysiłkiem;
- zapewnienie sukcesów wszystkim uczniom każdego dnia;
- elastyczność i wysoka tolerancja dla odmienności (Kozuch, Pietruszka, 2011; Zaremba, 2014:81).

Po zakończeniu edukacji w szkole branżowej I stopnia ukształtuje się sylwetka absolwenta, który po zrealizowaniu treści programowych wspomaganym kształceniem multimedialnym wyposażony jest w umiejętności wykorzystywane w życiu codziennym i w pracy, a ponadto jest przygotowany do kontynuowania nauki w szkole branżowej II stopnia.

3. ORGANIZACJA WARUNKÓW I SPOSÓB REALIZACJI KSZTAŁCENIA

Istotnym czynnikiem w rozwijaniu umiejętności uczenia się jest podejmowanie przez szkołę działań kształtujących pozytywny klimat. Szkoła, wyposażając uczniów w kompetencje, powinna również ukształtować ich przekonanie, że chęć uczenia się (wraz z innymi kompetencjami) będzie kapitałem, który pozwoli im rozwijać się przez całe dorosłe życie. Działania te obejmują angażowanie uczniów w proces planowania i realizacji przedsięwzięć edukacyjno-wychowawczych oraz współtworzenie relacji panujących w szkole. Program nauczania matematyki w szkole branżowej I stopnia postuluje:

- sterowanie uczeniem się matematyki tak, aby rozwijało się ono w toku wielostronnej aktywności matematycznej ucznia;
- wypracowanie odpowiednich środków i zabiegów dydaktycznych umożliwiających dostęp do abstrakcji matematycznych i ułatwiających uczenie się matematyki;
- szukanie wewnętrznych motywacji dla uczenia się tego przedmiotu;
- uprzyjemnianie uczenia się matematyki.

W realizacji powyższych zadań, szczególnie w odniesieniu do współczesnej młodzieży zafascynowanej komputerami, telefonami komórkowymi, filmami akcji, wideoklipami, przydatne stają się multimedia. W szkole XXI wieku multimedia to konieczność i przejaw nowoczesnego nauczania. Technologie cyfrowe wywierają wpływ na kształcenie, szkolenie i uczenie się, umożliwiając rozwój elastyczniejszych środowisk edukacyjnych dostosowanych do potrzeb wysoce mobilnego społeczeństwa. Program nauczania zakłada korzystanie z multimediów, aby inspirować uczniów do odkrywania matematyki. Kształcenie multimedialne to strategia realizacji procesu nauczania i uczenia się oparta na kompleksowym wykorzystaniu funkcjonalnie dobranych tradycyjnych (prostych) i technicznych (złożonych) środków dydaktycznych, czyli mediów (Bednarek, 2012). Podczas stosowania kształcenia multimedialnego pomoce naukowe mogą pełnić rolę:

- wizualizacyjną, umożliwiającą upogłądowanie treści (z wykorzystaniem animacji i objaśnień słownych);
- narzędzia pracy badawczej ucznia – symulacje;
- źródeł atrakcyjnych w formie i bogatych w treści ćwiczeń interaktywnych (Rybak, 2016: 32).

Spośród programów edukacyjnych z zakresu matematyki warto zwrócić uwagę na program **GeoGebra** do interaktywnego uczenia się przede wszystkim geometrii, ale nie tylko. Jest to program bezpłatny i ogólnodostępny do pobrania pod adresem www.Geogebra.org, opracowywany wspólnie przez programistów, nauczycieli,

matematyków i użytkowników z całego świata. Można go zainstalować na różnych urządzeniach (komputery, tablety). Jest doskonały do pracy badawczej ucznia poprzez rozwijanie skojarzeń matematycznych pomiędzy różnymi działami matematyki (algebra, geometria, analiza matematyczna, statystyka itp.). Zawiera też wszechstronny sposób wizualizacji obliczeń (równania, wykresy, tabele) niezbędny dla zrozumienia tematu lekcji. Jednak przede wszystkim jest intuicyjny i przyjazny dla użytkownika, jego pliki mogą być łatwo przesyłane do sieci jako aplety, jak również konstrukcje mogą być eksportowane do różnych formatów (PNG, PDF, EPS itp.) (Pobiega, Skiba i Winkowska-Nowak, 2014: 9). Największą zaletą programu to jego dynamika: „możliwość poruszania utworzonymi obiektami połączona z samoistnym uaktualnianiem obiektów zależnych i wartości liczbowych” (Rybak, 2016: 55). Program GeoGebra powinien być głównym narzędziem badawczym dla ucznia, podczas realizacji działu z zakresu geometrii i zagadnień dotyczących funkcji. Uczeń jest w stanie szybko zwizualizować dany problem. Pomocne są tutaj też gotowe rozwiązania prezentowane na stronie Warszawskiego Centrum GeoGebry przy SWPS w Warszawie, gdzie stale rozwija się baza materiałów edukacyjnych w języku polskim.

Arkusze kalkulacyjny warto wykorzystać do realizacji zagadnień z zakresu procentów (lokaty i kredyty, podatek VAT), funkcji czy statystyki.

Spośród portali edukacyjnych jako repozytoriów elektronicznych materiałów dydaktycznych można polecić portal **Scholaris**. Zasoby w nim umieszczone są recenzowane, mają ujednoczoną formę graficzną i akustyczną. W portalu tym można zwrócić uwagę na te materiały, które w sposób istotny przyczyniają się do upogłądzenia treści lub stanowią źródło ćwiczeń interaktywnych.

Portal **E-podręczniki** to całe środowisko uczenia się i nauczania. Daje możliwość pracy w zespołach i dopasowuje się do indywidualnego stylu nauki. Zasoby w portalu mogą się dynamicznie zmieniać. E-podręczniki to bezpłatne i dostępne dla wszystkich materiały edukacyjne. Tematy w podręcznikach z matematyki z zakresu treści w szkole branżowej I stopnia dostępne w portalu to:

- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/119603/v/latest/t/student-canon> (ułamki zwykłe i dziesiętne, procenty, równania);
- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/126387/v/latest/t/student-canon> (pierwiastki, wyrażenia algebraiczne, układy równań, funkcje);
- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/246308/v/latest/t/student-canon> (potęga o wykładniku całkowitym, długość okręgu, pole koła);
- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/104436/v/latest/t/student-canon> (klasa I);
- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/129738/v/latest/t/student-canon> (klasa II);
- <http://www.epodreczniki.pl/reader/c/247160/v/latest/t/student-canon> (klasa III).

Portal **medianauka.pl** to między innymi rozbudowany kurs matematyki, ilustrowany ciekawymi zadaniami, przykładami, animacjami, aplikacjami oraz interakcyjnymi tablicami, gdzie nauczyciel może wybrać materiały przydatne dla jego uczniów na danej jednostce lekcyjnej.

LearningApps.org jest aplikacją Web 2.0 wspierającą proces uczenia się i nauczania za pomocą małych interaktywnych modułów. Istniejące moduły – gry dydaktyczne – mogą być bezpośrednio wykorzystywane w nauczaniu lub też zmieniane, lub tworzone przez użytkowników w Internecie. Celem jest zebranie aplikacji wielokrotnego użytku i udostępnienie ich publicznie. Aplikacje nie zawierają zatem żadnych specjalnych ram lub konkretnego scenariusza lekcji: są ograniczone wyłącznie do interaktywnej części. Nie stanowią zatem jednostki lekcyjnej, lecz muszą być osadzone w odpowiednim scenariuszu nauczania. W aplikacji LearningApps uczniowie nie muszą być biernymi użytkownikami materiałów przygotowanych przez nauczyciela. Sami mogą opracowywać gry dydaktyczne, co może stać się czynnikiem aktywizacyjnym wspomagającym zaangażowanie uczniów w poznawanie realizowanego materiału (Kwiecień, 2016: 20). Zasoby umieszczone w portalu nie są recenzowane, zatem nauczyciel musi bardzo starannie dobierać aplikacje.

Inne godne polecenia miejsca w sieci z materiałami do nauczania matematyki to:

Akademia Khana oferuje praktyczne ćwiczenia, filmy instruktażowe i panel indywidualnych planów nauczania, który daje uczniom możliwość pracy we własnym tempie, w i poza klasą, co jest szczególnie ważne dla uczniów ze specjalnymi potrzebami .

Matemaks – matematyka maksymalnie prosta, serwis autorstwa Michała Budzyńskiego, podzielony na działy tematyczne, bogaty w materiał wprowadzający w wybrane zagadnienia oraz przykłady rozwiązywania zadań, również w formie filmowej. Dla uczniów ze szkoły branżowej I stopnia wystarczą materiały bez konieczności logowania się do serwisu.

Uczeń może osiągnąć swój potencjalny rozwój wtedy, gdy będzie odnosił sukcesy w procesie kształcenia, a słaby uczeń napotykał trudności będzie mógł pokonać z wyrozumiałym nauczycielem. Dlatego istotne jest zastosowanie indywidualizacji nauczania, które jest niezbędnym elementem kształcenia matematycznego. Różnorodność metod pracy na lekcji oraz urozmaicony warsztat pracy nauczyciela powodują, że lekcje są bardziej ciekawe i angażujące ucznia. Dlatego poniżej przedstawione są propozycje wykorzystania multimediów, przykładowe prezentacje z portalu Scholaris, LearningApps oraz aplety GeoGebra w wybranych działach programowych, które jednocześnie tworzą sytuacje dydaktyczne, w których uczeń może być twórczy, co będzie skutkowało samodzielnym konstruowaniem wiedzy matematycznej. Niektóre z propozycji „mogą być przydatne podczas wprowadzania pojęć (wówczas można je uruchamiać na tablicy interaktywnej, analizować, komentować i tłumaczyć każdy fragment w pracy zbiorowej z całą klasą), jak też do wykonywania ćwiczeń interaktywnych w pracy zbiorowej (jeżeli jest jeden komputer w sali) lub indywidualnej uczniów (jeżeli dysponujemy pracownią)” (cyt. za: Rybak, 2016: 47). W Internecie zamieszczonych jest wiele różnych materiałów – wybór należy do nauczyciela.

Dział programowy: Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

- Działania na liczbach rzeczywistych, <https://learningapps.org/2684854>;
- Mnożenie ułamków, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47524>;
- Działania na ułamkach zwykłych, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47534>;
- Liczby dziesiętne i ułamki, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47537>;
- Zamiana rozwinięcia na ułamek, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47542>;
- Działania na potęgach, <https://learningapps.org/2614294>;
- Procenty, <https://learningapps.org/4780505>;
- Co to jest wyrażenie algebraiczne? <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47108>;
- Do czego służą wyrażenia algebraiczne? <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47111>;
- Działania na wyrażeniach algebraicznych, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47126>;
- Jednomiany i sumy algebraiczne, <https://learningapps.org/5488671>;
- Mnożenie wyrażeń w nawiasach, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47598>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47605>;
- Dzielenie sumy przez jednomian, <http://scholaris.pl/zasob/58658>;
- Wzory skróconego mnożenia, <http://scholaris.pl/zasob/53318>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47790>, <https://learningapps.org/1448612>, <https://learningapps.org/927259>.

Dział programowy: Równania i nierówności

- Przedziały liczbowe, <http://scholaris.pl/zasob/54393>;
- Co to jest równanie? <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47138>, <https://learningapps.org/1430628>;
- Liczba rozwiązań równania, <https://learningapps.org/1477435>;
- Liczby spełniające równania, <https://learningapps.org/1433316>, <https://learningapps.org/1034580>;
- Tworzenie i rozwiązywanie równań liniowych, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47139>, <https://learningapps.org/1430628>, <https://www.geogebra.org/m/qU9snFKe>, <https://www.geogebra.org/m/ZjrYSzGq>;
- Użycie równań liniowych do rozwiązywania problemów praktycznych, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47143>, <https://learningapps.org/788369>, <https://learningapps.org/1476545>.

Dział programowy: Funkcje (klasa I)

- Układ współrzędnych, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47233>;
- Funkcje, <https://learningapps.org/2924774>, <https://learningapps.org/4648184>, <https://learningapps.org/1587313>;
- Co to jest wykres funkcji? <https://learningapps.org/2076008>;

- Odczytywanie własności funkcji z wykresu, <https://learningapps.org/2966668>, <https://learningapps.org/5926338>;
- Rodzaje układów równań i ich nazwy, <https://learningapps.org/1425397>;
- Rozwiązanie układu równań metodą przeciwnych współczynników, <https://learningapps.org/635002>;
- Graficzne rozwiązywanie równań, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60554>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56123>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56811>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56813>;
- Funkcja liniowa, <https://learningapps.org/1088401>;
- Funkcja liniowa – równoległość i punkt przecięcia z osią OY, <https://learningapps.org/2103110>;
- Równanie prostej, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56832>;
- Współczynnik kierunkowy prostej, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56834>;
- Rozwiązanie graficzne nierówności, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56822>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56828>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56829>;
- Nierówności liniowe – wstęp do programowania liniowego, <http://scholaris.pl/zasob/72482>.

Dział programowy: Funkcje (klasa II)

- Ćwiczenia dotyczące wykresów funkcji kwadratowej, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60435>;
- Funkcja kwadratowa, <https://learningapps.org/1267613>, <https://learningapps.org/1270323>, <https://learningapps.org/1809086>, <https://www.geogebra.org/m/YuHCweRp>, <https://www.geogebra.org/m/assDqkJ>, <https://www.geogebra.org/m/FEmFwr55>;
- Punkty i parabola, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56804>, <https://learningapps.org/4181344>;
- Współrzędne wierzchołka paraboli odczytywane ze wzoru w postaci kanonicznej, <https://learningapps.org/5106786>;
- Położenie punktów względem paraboli, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56809>;
- Liczba pierwiastków równania kwadratowego, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56801>, <https://learningapps.org/2276560>;
- Nierówności kwadratowe, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56808>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56797>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56803>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56810>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56814>;

- Nierówności dla funkcji kwadratowych w postaci kanonicznej, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56807>;
- Nierówności dla funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56802>;
- Nierówności kwadratowe i geometria, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56800>;
- Zależności proporcjonalne, <https://learningapps.org/2975742>.

Dział programowy: Trygonometria

- Proste i kąty, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47146>;
- Kąty w trójkącie, <https://learningapps.org/5935265>;
- Stosunki trygonometryczne, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56377>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56380>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56540>, <https://www.geogebra.org/m/jMRGFrZK>;
- Funkcje trygonometryczne kąta ostrego – wprowadzenie pojęć, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60404>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60410>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60411>, <https://learningapps.org/4667667>;
- Rozwiązywanie trójkątów, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60416>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56534>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56370>;
- Zastosowanie funkcji trygonometrycznych, <http://www.scholaris.pl/zasob/72461>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56364>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56538>;
- Tożsamości trygonometryczne, <http://www.scholaris.pl/zasob/72527>;
- Twierdzenie Pitagorasa, <https://learningapps.org/4383854>.

Dział programowy: Planimetria

- Kąt wpisany i kąt środkowy, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/66175>, <https://www.geogebra.org/m/RawzmWDD>, <https://www.geogebra.org/m/suaV7je4>, http://archive.geogebra.org/en/upload/files/Polish/ROSE/srodk_wpis.html, <https://www.geogebra.org/m/e8H9B42S>;
- Trójkąt prostokątny, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60405>, <https://www.geogebra.org/m/RsGfs7kr>;
- Wzór na pole trójkąta, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/56364>, <https://www.geogebra.org/m/wMTdMPAa>, <https://www.geogebra.org/m/UVXvMjAr>, <https://www.geogebra.org/m/ZTvRJJnH>;
- Pole powierzchni trójkąta, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60425>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/60419>;
- Pole i obwód koła, <https://learningapps.org/1164975>;

- Pola i obwody figur płaskich, <http://www.scholaris.pl/zasob/71858>, <https://learningapps.org/1350003>, <https://learningapps.org/1352928>, <https://learningapps.org/1265852>, <https://learningapps.org/1002093>;
- Własności koła i okręgu, <https://learningapps.org/2097349>, <https://learningapps.org/1424257>, <https://learningapps.org/1173621>, <https://learningapps.org/1173621>.

Dział programowy: Stereometria (klasa II)

- Kąty w wielościanach, <http://www.scholaris.pl/zasob/53013>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47232>;
- Wielościany, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47223>;
- Kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy, <http://www.scholaris.pl/zasob/73055>;
- Kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy, <http://www.scholaris.pl/zasob/73081>;
- Nazwy części ostrosłupa, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/58538>, <https://learningapps.org/2315818>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/62105>, <https://learningapps.org/3219238>, <https://learningapps.org/1008212>;
- Kąt dwuścienny i miara kąta dwuściennego, <http://www.scholaris.pl/zasob/73057>, <https://www.geogebra.org/m/aqgsr4tU>;
- Bryły – rzuty i siatki, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47221>;
- Prostopadłościany – ściany równoległe, prostopadłe i siatki, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47224>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47225>;
- Ostrosłup prawidłowy czworokątny, <https://learningapps.org/1350709>;
- Krzyżówka matematyczna – bryły <https://learningapps.org/802605>, <https://learningapps.org/1037696>.

Dział programowy: Stereometria (klasa III)

- Objętość i pole powierzchni graniastosłupa, <https://learningapps.org/1534542>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47797>, <https://learningapps.org/1543184>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47804>, <https://learningapps.org/5059409>, <https://learningapps.org/1386044>, <https://learningapps.org/3323994>, <https://www.geogebra.org/m/BUeW3QJp>, <https://www.geogebra.org/m/zuYbHU2P>;
- Objętość i pole powierzchni ostrosłupa, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47811>;
- Konstrukcja walca, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47826>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/58298>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47827>;
- Powierzchnia i objętość walca, <http://scholaris.pl/resources/run/id/58283>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47828>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47825>;

- Konstrukcja stożka, <http://scholaris.pl/resources/run/id/58138>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47837>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47838>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/58140>;
- Przekroje stożka, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47848>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/57943>;
- Powierzchnia i objętość stożka, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47839>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47841>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/47845>, <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/66210>;
- Rozpoznawanie figur przestrzennych, <https://learningapps.org/4956999>, <http://scholaris.pl/zasob/63732>, <https://www.geogebra.org/m/umXkfWQS>, <https://www.geogebra.org/m/ZW3YTjKA>, <https://www.geogebra.org/m/s9xCkNWK>.

Dział programowy: Elementy statystyki opisowej

- Średnia arytmetyczna, <http://scholaris.pl/resources/run/id/57260>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60340>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60359>;
- Średnia ważona, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60345>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60344>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/66167>;
- Mediana i dominanta, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60379>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/57167>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/55888>, <http://scholaris.pl/resources/run/id/60368>;
- Prezentacja danych różnych typów, <http://scholaris.pl/resources/run/id/57206>;
- Diagram – przedstawienie wyników ankiety, <http://scholaris.pl/resources/run/id/53030>.

Uwaga: portale internetowe ulegają częstym zmianom organizacyjnym, w związku z czym lokalizacja wymienionych zasobów może nie być zachowana, jednak ich nazwy pomogą w odnalezieniu nowej.

Wykorzystanie wymienionych zasobów wspomaga realizację wszystkich pięciu ogólnych celów kształcenia matematyki w szkole branżowej I stopnia z podstawy programowej. Proponowane materiały niosą ze sobą przykłady poprawnego wykorzystania informacji, wykorzystania i interpretowania reprezentacji, liczne przykłady modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii. Dzięki temu uczeń poprzez analogię prowadzi proste rozumowanie i argumentację.

Należy nadmienić, że wśród wymienionych materiałów znajdują się takie, które uwzględniają indywidualizację pracy z uczniem ze względu na specyficzne trudności w nauce. Osoby z takimi trudnościami wymagają, by zwrócić na nie szczególną uwagę. Jest to zgodne z zaleceniami MEN w zakresie edukacji włączającej, która dąży do **wspierania procesu rozwoju każdego dziecka w jego grupie rówieśniczej**. Należy zawsze brać pod uwagę wszystkie aspekty rozwoju. Jedni uczniowie wymagają większego wsparcia emocjonalnego, inni większej pomocy w nauce np. poprzez odpowiednie dostosowanie materiału. Zadaniem, jakie stoi przed nauczycielem,

jest **rozpoznanie i wspieranie różnorodnych potrzeb uczniów**, a także – na podstawie obserwacji bieżącej pracy tych uczniów zgodnie z zasadą konstruktywizmu w toku nauczania czynnościowego – wspomaganie w wyborze kierunku kształcenia i zawodu. W toku lekcji tym osobom warto przygotować indywidualne zestawy zadań, które wyposażą je w podstawowe umiejętności, niezbędne do osiągnięcia sukcesu w trakcie realizacji celów przewidzianych w podstawie programowej dla danego działu matematyki. Kształcenie, wychowanie i opiekę dla osób niepełnosprawnych, niedostosowanych społecznie oraz zagrożonych niedostosowaniem społecznym organizuje się w integracji z uczniami pełnosprawnymi w szkole i najbliższych miejscach zamieszkania uczniów niepełnosprawnych. Szkoła branżowa I stopnia ma zapewnić im między innymi integrację ze środowiskiem rówieśniczym, w tym z uczniami pełnosprawnymi (zgodnie z edukacją włączającą) oraz przygotowanie do samodzielności w życiu dorosłym (Dz.U. z dnia 24 sierpnia 2017 r., poz. 1578).

Odpowiednio zbudowana przestrzeń edukacyjna powinna wspierać cele edukacyjne, w tym wychowawcze, powinna ułatwić uczniom i nauczycielom kształtowanie właściwych podejść do uczenia się i nauczania. W niniejszym programie obowiązuje system nauczania klasowo-lekcyjny, jednakże uzupełnieniem zajęć mogą być wszelkiego rodzaju wyjścia studyjne, które integrują międzyprzedmiotowe treści kształcenia w zawodzie szkolnictwa branżowego np. do zakładu pracy związanego z konkretną branżą. Przestrzeń do nauki matematyki powinna z nią współgrać, np. poprzez odpowiednio zaaranżowane plansze edukacyjne, gazetki ściennie w klasie obrazujące przerabiany aktualnie materiał lub kąciki zadaniowe oraz wydzielone miejsce na środki dydaktyczne samodzielnie przygotowane przez uczniów. W szkole może być jedna klasopracownia zarówno do nauki matematyki, jak i fizyki, informatyki lub innego przedmiotu ścisłego związanego z zawodem szkolnictwa branżowego. W klasopracowni powinien być przynajmniej jeden komputer (doskonałym rozwiązaniem jest klasopracownia z laptopami dla każdego ucznia) i tablica multimedialna mająca możliwość zapisywania treści widocznych na tablicy w pliku (w ich tworzenie powinni mieć wkład różni uczniowie z klasy). Plik ten może być rozesłany w formie poczty elektronicznej uczniom – jest to nowy sposób sporządzania notatek i obrazowania różnorodnych sposobów rozwiązywania tego samego zadania. Implementuje to założenia idei konstruktywizmu oraz teorii czynnościowego nauczania do praktyki szkolnej. Także uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi mogą być aktywizowani w ten sposób. Będą czuć, że są akceptowani i cenieni oraz że trud, jaki wkładają w naukę, jest zauważany i będą oceniani sprawiedliwie. Jak powinna być wyposażona pracownia matematyczna w szkole ponadpodstawowej, można odnaleźć w opracowaniu Katarzyny Wróbel i Mariki Stasiak *Model funkcjonowania pracowni przedmiotowej z matematyki w szkole ponadpodstawowej*.

4. METODY, TECHNIKI I FORMY PRACY

Nauczyciel, pracując z uczniami od pierwszego spotkania, zaczyna budować w klasie atmosferę, która towarzyszy uczeniu się. Jeśli z klasą pracuje kilku nauczycieli, wszyscy wnoszą wkład w tworzenie atmosfery – w specyficzny dla siebie sposób wprowadzają elementy składające się na rozbudzenie w klasie ciekawości poznawczej, poczucia, że nauka jest wartością, potrzeby uczenia się i rozwijania umiejętności przydatnych w dalszej nauce oraz w życiu codziennym. Nie ma gotowych recept na skuteczne budowanie atmosfery sprzyjającej uczeniu się, ale warunkiem jej istnienia jest twórcze podejście nauczyciela, jego potrzeba doskonalenia się, a przede wszystkim dobra współpraca z uczniami, którzy muszą uwierzyć, że nauczyciel to ich sojusznik. Zgodnie ze Strategią Rozwoju Kapitału Społecznego (Uchwała Nr 61 RM z dnia 26 marca 2013r.) w ramach edukacji formalnej należy kształtować kompetencje uczniów, stosując metody nauczania sprzyjające kooperacji, kreatywności, komunikacji, praktycznemu i eksperymentalnemu wykorzystywaniu wiedzy oraz indywidualizacji pracy z uczniami. Pojawia się również potrzeba kształcenia i doskonalenia nauczycieli w zakresie rozwijania kompetencji społecznych wśród uczniów.

Nauczyciel, diagnozując indywidualne możliwości i preferencje uczniów, decyduje o doborze metod nauczania, form i środków dydaktycznych oraz tempie realizacji treści nauczania. W swojej pracy musi być efektywny, musi wybierać spośród metod nauczania najlepsze i tak przygotowywać i sterować lekcją, aby odpowiadała ona indywidualnym potrzebom uczniów również tych ze SPE. Nauczyciel przygotowując się do lekcji, ustalając jej cele, redagując konspekt, może się zastanowić, jaką metodę pracy wybrać. Jednakże zawsze powinien kłaść nacisk na przewagę metod aktywizujących (zgodnie z zasadą konstruktywizmu) nad metodami podawczymi tak, aby uczeń miał możliwość budowania własnej wiedzy poprzez dynamiczne i wzajemne oddziaływanie uczącego się i otoczenia.

Do realizacji niniejszego programu stosowane są takie metody nauczania matematyki, które wyzwalają aktywność uczniów oraz dzięki którym możliwe będzie zrealizowanie celów w danej sytuacji dydaktycznej. Są to:

- Pogadanka problemowa, dyskusja, burza mózgów – nauczyciel kieruje rozmową, umiejętnie prowadzi dyskusję oraz porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.
- Metoda problemowa (rozwiązywanie problemów) – nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny, który uczniowie samodzielnie rozwiązują. Uczniowie zmuszeni są do dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezę, weryfikują ją, w razie potrzeby wyjaśniają

wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich w procesie kształcenia.

- Metoda 66 (6-osobowe zespoły mają 6 minut na rozwiązanie problemu) – rozwija umiejętność skutecznego porozumiewania się i prezentowania własnego punktu widzenia na problem, efektywnego współdziałania w zespole, podejmowania decyzji indywidualnych i grupowych, tym samym brania odpowiedzialności za siebie i grupę.
- Praca z tekstem matematycznym – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu tekstu, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzenia algorytmów rozwiązywania niektórych zadań.
- Praca z komputerem – zbieranie informacji z Internetu dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
- Gry dydaktyczne – można wykorzystać gotowe aplikacje dostępne w Internecie, jak również uczniowie mogą sami wykonać takie gry, np. domino matematyczne.
- Lekcja odwrócona – zmiana koncepcji lekcji: uczniowie najpierw w swoich domach (ewentualnie przed lekcją) zapoznają się z nowymi treściami (np. na smartfonach, w serwisie YouTube), a w szkole pogłębiają i utrwalają swoją wiedzę, ćwiczą umiejętności, rozwiązują problemy z wykorzystaniem wiedzy nauczyciela.
- Rozwiązywanie ciągu zadań – rozwiązywanie przez uczniów zestawu zadań. Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze jest, gdy wśród zadań pojawiają się też takie, które mają ciekawą i nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.

Ponadto ćwiczenia, rozwiązywanie zadań, powtarzanie, testy. Ciekawy wybór metod aktywizujących zawarty jest w pracy Agnieszki Pfeiffer *Konstruktywizm i metody aktywizujące w edukacji matematycznej dzieci starszych i młodzieży*.

Wymienione metody mogą występować w ciągu całej lekcji, ale mogą się również na jednej lekcji wzajemnie przeplatać. Zależy to od tematu lekcji i celów, które nauczyciel chce osiągnąć (Bryński i in., 1999: 35). Jednakże nauczanie matematyki odbywa się zawsze poprzez rozwiązywanie z uczniami zadań i problemów. Należy uczniom różne kwestie wytłumaczyć, ale ostatecznym celem jest zadanie. Dopiero zadanie,

postawienie konkretnego problemu, zmusza ucznia do myślenia samodzielnego, które jest najważniejszym celem nauczania. Nauczyciel powinien ukierunkować ucznia, jak należy myśleć nad zadaniem, jak zabrać się do rozwiązywania go i jak podążać do rozwiązania (Guzicki, 2013: 9). Całe działy matematyki w szkole branżowej I stopnia należy realizować poprzez rozwiązywanie odpowiednio przygotowanych ciągów zadań dobranych do możliwości realizacji idei konstruktywizmu oraz teorii czynnościowego nauczania. Za ich pomocą wprowadza się i kształtuje pojęcia, wykrywa i uzasadnia twierdzenia, stosuje zdobytą wiedzę, kształtuje umiejętności i nawyki, sprawdza, uzupełnia i koryguje wiadomości (Bryński i in., 1999: 35). Przy rozwiązywaniu zadań w razie niepowodzeń dobrym przykładem jest metoda dialogu, w której nauczyciel stawia pytania, a uczeń odpowiada na tak wiele z nich, na ile umie. Prowadzi to do samodzielnego rozumowania przez ucznia (Guzicki, 2013: 14).

Przerabiając tematy, które znane są ze szkoły podstawowej, ale jednak wymagają rozszerzenia w szkole branżowej I stopnia, warto zastosować technikę mapy pamięci. Szczególnie przydaje się to w realizacji zagadnień z planimetrii, gdy istnieje potrzeba przypomnienia wszystkich własności figur płaskich. Uczniowie podzieleni na grupy mogą zapisywać na planszach wszystko to, co pamiętają o wskazanych przez nauczyciela figurach płaskich. W ten sposób uczeń odnosi się twórczo do danego zagadnienia, przejrzysto zapisuje swoje wyniki lub przemyślenia kolegi. Taki rodzaj pracy pozwala na swobodne przeglądanie materiału oraz dokonywanie podsumowań (Wójtowicz, 2013: 23).

Występują trzy formy pracy na lekcji matematyki: indywidualna praca uczniów, praca uczniów w zespołach (grupach), praca całego zespołu (całej klasy, frontalna). Dostosowanie tych form do danej sytuacji dydaktycznej jest w gestii nauczyciela, ponieważ określenie formy pracy jest uzależnione od wiedzy całej grupy. Podział powinien uwzględnić ilość materiałów, którymi dysponuje prowadzący, np.:

- przy wykonywaniu obliczeń uczeń powinien mieć w razie potrzeby posługiwać się kalkulatorem, powinien też umieć przy obliczeniach praktycznych podać rozsądne zaokrąglenia obliczonych wielkości – praca indywidualna z pomocą naukową, jaką jest kalkulator lub arkusz kalkulacyjny;
- przed omówieniem interpretacji geometrycznej układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi należy przypomnieć algebraiczne metody rozwiązywania takich układów – praca frontalna, pogadanka;
- korzystając z własności funkcji kwadratowej, uczeń powinien umieć rozstrzygnąć proste zagadnienia optymalizacyjne – praca w grupach z wykorzystaniem programu komputerowego GeoGebra, modelowanie;
- znaczna część lekcji geometrii powinna być poświęcona utrwaleniu umiejętności obliczania pól i obwodów wielokątów i kół – praca indywidualna, w grupach, modelowanie, symulacja, praca z komputerem (program edukacyjny GeoGebra).

Dobrym przykładem uczenia się we współpracy (grupowo) jest metoda JIGSAW (ang. układanka). Może zostać wykorzystana, gdy uczniowie przyswajają partię materiału, którą można podzielić na kilka spójnych fragmentów. Zadaniem każdego ucznia jest opanowanie pojedynczego fragmentu wiedzy i przekazanie go innym osobom. Pozwoli to na połączenie cząstkowej wiedzy w całość, podobnie jak w wypadku puzzli tworzących po ułożeniu cały obrazek. Wszyscy się rozwijają – zgodnie z zasadą, że najlepszą metodą uczenia się jest uczenie innych, ta metoda aktywizuje również uczniów ze SPE. Opisana metoda ma wiele zalet. Dzięki niej uczniowie nabywają lub rozwijają szereg cennych umiejętności, takich jak np.: czytanie ze zrozumieniem, selekcja informacji, układanie planu, aktywne słuchanie, wypowiedanie się na forum grupy, współdziałanie przy realizacji zadania, rozwiązywanie konfliktów w grupie, pełnienie różnych ról. Praca tą metodą rozwija odpowiedzialność za siebie i innych oraz zmusza do szczegółowego uczenia się i rozumienia problemu tak, aby swoją wiedzę przekazać innym.

Dzięki wymienionym metodom i formom pracy uczeń ma szansę rozwijania takich kompetencji kluczowych, jak np.:

- rozwijanie kompetencji matematycznych i kompetencji informatycznych poprzez realizację praktycznie wszystkich treści nauczania opisanych w podstawie programowej do matematyki i informatyki przez wykorzystywanie ICT na lekcjach matematyki;
- rozwijanie kompetencji naukowo-technicznych poprzez wszystkie działania mające na celu zastosowanie w praktyce wiedzy nabytej na zajęciach matematyki przez zadania i problemy koncentrujące się na życiu codziennym;
- rozwijanie umiejętności uczenia się oraz inicjatywności i przedsiębiorczości poprzez aktywności nakierowane na planowanie własnej pracy i osiąganie z góry zaplanowanych celów;
- rozwijanie kompetencji społecznych oraz umiejętności porozumiewania się w języku ojczystym poprzez wykorzystywanie narzędzi ICT do komunikowania się czy tworzenia prezentacji.

Sposób prowadzenia zajęć należy dostosować do możliwości grupy; inaczej planuje się zajęcia dla młodzieży posiadającej już jakąś wiedzę z danego zakresu, inaczej dla tych, którzy zajęcia traktują jako przypomnienie bądź odświeżenie niedawno zdobytej wiedzy na zajęciach w szkole.

4.1. Praca z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

Zaproponowane metody i techniki pracy uwzględniają indywidualne potrzeby i możliwości uczniów, zapewniając wspólne kształcenie wszystkim, ze szczególnym uwzględnieniem uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Dają okazję do

indywidualizacji pracy z uczniem. Indywidualizacja procesu nauczania–uczenia się, to dostrzeganie indywidualnych różnic pomiędzy poszczególnymi uczniami w zakresie umiejętności, zdolności, potrzeb i zainteresowań, a następnie tworzenie im warunków do wszechstronnego rozwoju dokonującego się w procesie nauczania–uczenia się poprzez (Okoń, 1996: 191):

- akwizycję wiedzy (pośrednią i bezpośrednią, formalną i nieformalną), odkrywanie i dociekanie, przeżywanie i działanie;
- różnicowanie metod, technik nauczania, modeli interakcyjnych i tempa pracy stosownie do potrzeb, zainteresowań oraz możliwości umysłowych poszczególnych uczniów, w tym również uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (różnicowanie zadań, pomoce multimedialne o różnym poziomie zaawansowania);
- indywidualizowanie procesu nauczania–uczenia się poprzez wdrażanie do rozpoznawania własnych stylów uczenia się.

Uwzględniając zróżnicowane potrzeby uczniów, szkoła powinna zorganizować zajęcia zwiększające szanse edukacyjne dla uczniów mających trudności w nauce matematyki oraz dla tych, którzy mają szczególne zdolności matematyczne zgodnie z wytycznymi MEN w zakresie edukacji włączającej. Program nauczania jest w pełni zgodny z podstawą programową oraz uwzględnia możliwość indywidualizacji pracy z uczniem. Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki są nieodłączną częścią procesu dydaktycznego w szkole. Często są to osoby, które dotarły do III etapu edukacyjnego z zaległościami, i takie, które mają zakorzeniony lęk przed matematyką i niechęć do tego przedmiotu. W szkole branżowej I stopnia, w nowym środowisku ucznia, należy zwiększyć motywację do nauki, wdrożyć do systematycznej pracy, wzmocnić samoocenę oraz rozwinąć zainteresowanie przedmiotem, aby skierować tych uczniów na właściwe tory. Duża część wymaga jednak specjalnego podejścia w procesie dydaktycznym udokumentowanego opiniami i orzeczeniami z poradni psychologiczno-pedagogicznej, a także uwarunkowanego różnorodnymi ograniczeniami i zaburzeniami rozwojowymi. Problemy z matematyką mają różne podłoże, najczęściej są to:

- ograniczona sprawność w przypadku wykonywania operacji na liczbach;
- ograniczona zdolność do posługiwania się reprezentacjami obrazowymi i pojęciami;
- ograniczona zdolność do zapamiętywania i stosowania prostych algorytmów;
- ograniczona zdolność dedukcji, uogólniania, analizowania i wyciągania wniosków;
- niski poziom wyobraźni przestrzennej;
- niski poziom koordynacji percepcyjno-motorycznej;
- niski poziom motywacji, koncentracji i dojrzałości emocjonalnej w warunkach dużego wysiłku intelektualnego (Płońska, 2016: 9).

Środkiem zaradczym wyżej wymienionych problemów jest właśnie wspomaganie multimedialne nauczania matematyki oraz odpowiednio skonstruowane karty pracy,

dostosowane do potrzeb ucznia o specyficznych potrzebach edukacyjnych (SPE). Przykładowe karty pracy przedstawione są w pozycji Anny Płońskiej *Jak pokonać trudności z matematyką w szkole ponadgimnazjalnej* oraz *Jak pokonać trudności z funkcjami na lekcjach matematyki w szkole ponadpodstawowej*. Przykłady ćwiczeń i zadań z matematyki w postaci apletów GeoGebry dla uczniów ze SPE zawarte są w pracy Agaty Matuszczak *Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi*. W przypadku uczniów zdolnych, można wymagać większego zakresu umiejętności, jednakże zgodnie z wytycznymi podstawy programowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia „wskazane jest podwyższanie stopnia trudności zadań, a nie poszerzanie tematyki” (Dz.U. z dnia 24 lutego 2017 r., poz. 1591). „W obszarze metodyki pracy z uczniem należy dostosować sposoby nauczania do jego możliwości i potrzeb, uwzględniając zróżnicowane tempo operacji umysłowych, wahania nastroju oraz poziomu aktywności umysłowej związane z poziomem funkcjonowania. Warto jest proponować nauczanie metodą projektów, które dają uczniowi możliwość regulowania swojego poziomu aktywności”. (cyt. za: Zaremba, 2014: 74).

5. OCENIANIE OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW

Z procesem nauczania i uczenia się matematyki nieodłącznie wiąże się bieżąca kontrola wyników w nauce, którą podsumowują oceny semestralne i roczne wyrażone stopniami szkolnymi w skali od dopuszczającego do celującego. Opracowanie kryteriów oceniania i klasyfikowania w zakresie matematyki jest szczególnie trudne, ponieważ pojęcia, twierdzenia, rozumowania matematyczne mają charakter operatywny i stopień ich opanowania można dostrzec dopiero przy obserwowaniu różnych aktywności ucznia. Program nauczania zaleca metody i narzędzia oceniania postępów ucznia, takie jak:

- metoda ustnej kontroli, czyli przede wszystkim odpowiedzi uczniów na pytania nauczyciela, np.: „skąd ten wniosek?”, „dlaczego?”, „czy zawsze?”, „czy dla dowolnych?” itp. Uczeń powinien umieć prezentować swoje umiejętności nawet w sytuacji związanej z dużym stresem;
- kontrola pisemna jako ekonomiczna forma frontalna, która wprowadza mniejsze zdenerwowanie, rozwija umiejętność wypowiedzania się na piśmie. Dzielimy ją na prace domowe i klasowe (sprawdziany 45-minutowe i 10–15-minutowe kartkówki).

W procesie oceniania i klasyfikacji uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi należy brać pod uwagę gorszą formę ucznia w momencie pisania kartkówek i sprawdzianów oraz dawać mu szansę przystąpienia do nich w innym, odpowiednim momencie (Zaremba, 2014: 74).

Aby zaproponowany system oceniania stanowił integralną część niniejszego programu nauczania, proponuje się także alternatywne ocenianie. Ocenianie osiągnięć uczniów jest ściśle związane z celami lekcji, natomiast cele lekcji matematyki wspomaganą użyciem komputera są interdyscyplinarne, bardziej złożone niż cele lekcji tradycyjnej. Muszą się wśród nich znaleźć zarówno cele dotyczące wiedzy i umiejętności z zakresu matematyki (na pierwszym planie), jak i cele dotyczące rozwijania umiejętności efektywnego wykorzystania technologii w uczeniu się. Podczas lekcji wspomaganą komputerowo uczeń musi być aktywny. Przestaje być „odbiorcą wiedzy” (jak to się dzieje podczas wykładu), staje się „konstruktorem wiedzy”. Przez to w niniejszym programie nauczania zaznacza się bardzo wyraźny, zupełnie naturalny przykład wprowadzania do praktyki szkolnej zasad konstruktywizmu (Rybak, 2016: 241).

Wykorzystanie komputera w nauczaniu i uczeniu się matematyki wymaga od ucznia różnego rodzaju aktywności, które można podzielić na trzy grupy:

- 1) aktywności związane z obsługą komputera i programów (aktywności informatyczne);
- 2) aktywności związane z rozwiązywaniem zadań i problemów matematycznych (aktywności matematyczne);
- 3) aktywności związane z planowaniem i prowadzeniem pracy nad zagadnieniami matematycznymi z wykorzystaniem odpowiedniego oprogramowania.

Uczeń, który uczestniczy w lekcji matematyki wspomaganej komputerowo, musi posiadać pewne umiejętności informatyczne, jednakże nabywa podczas tej lekcji (oprócz wiadomości i umiejętności czysto matematycznych) również takie umiejętności, których nie nabyłby (lub których nabycie byłoby utrudnione), gdyby lekcja była prowadzona tradycyjnymi metodami. Do umiejętności takich należą:

- obsługa programów edukacyjnych,
- planowanie pracy z komputerem nad konkretnym zadaniem,
- prowadzenie rozmowań matematycznych zmierzające do utworzenia „komputerowego” modelu problemu,
- wybór i wykorzystanie odpowiednich narzędzi technologii w konkretnej sytuacji problemowej,
- wyszukiwanie informacji i wykorzystanie ich do rozwiązania problemu matematycznego,
- przeprowadzanie symulacji,
- stawianie hipotez **dotyczących** rozwiązania zadania w oparciu o wyniki symulacji.
- weryfikowanie postawionych hipotez z wykorzystaniem symulacji,
- argumentowanie,
- myślenie dywergencyjne w miejsce konwergencyjnego,
- sporządzanie raportu z pracy nad zadaniem z wykorzystaniem programów użytkowych.

Część powyższych umiejętności powinna być nabyta na lekcjach informatyki, zaś na lekcji matematyki uczeń nabywa umiejętność właściwego ich wykorzystania w sytuacjach specyficznych dla kształcenia matematycznego (tamże: 242). Dlatego też powinna tutaj wystąpić ścisła korelacja między przedmiotami, co byłoby dodatkowym, bardzo pozytywnym rezultatem komputerowego wspomagania nauczania matematyki.

W zaistniałej sytuacji wydaje się oczywiste, że ocenianie wyłącznie poziomu wiedzy matematycznej i umiejętności jej zastosowania do rozwiązywania problemów (które najczęściej są schematycznymi zadaniami) bądź też zalecanych obecnie tzw. problemów praktycznych pozostawia poza swoim zasięgiem cały szereg umiejętności, które są kształcone na lekcji wspomaganej wykorzystaniem technologii multimedialnej. Ponieważ obecnie proces edukacyjny ujmuje ucznia nie jako biernego odbiorcę wiedzy, lecz jako aktywnego uczestnika tego procesu, działającego na rzecz konstruowania wiedzy, wydaje się zrozumiałe, że ocenianiu powinno podlegać działanie ucznia i efekty tego działania (tamże: 246).

Ocenianie działania ma miejsce, gdy bezpośrednio badamy działanie ucznia w zakresie wykonywania zadań wartościowych intelektualnie. Ocenianie działania wymaga od niego, aby był efektywnym wykonawcą w zakresie stosowania nabytej wiedzy. Pozwala również ujawnić jego wiadomości i umiejętności w pełnej gamie zadań, które odzwierciedlają wyzwania, jakie można znaleźć w najbardziej wartościowych formach uczniowskich zajęć: prowadzeniu badań, przygotowywaniu, udoskonalaniu

i dyskutowaniu opracowań wyników badań, współpracy z innymi, prowadzeniu debat itp. Tradycyjne metody i narzędzia oceniania (prace pisemne, wypowiedzi ustne) pełnią w dalszym ciągu swoją funkcję, dostarczając informacji o osiągnięciach w zakresie wiedzy i umiejętności ściśle matematycznych. Wszelkie nowe elementy w procesie oceniania wymagają opracowania kryteriów oceny, umiejscowienia wśród innych ocen cząstkowych oraz określenia jej wagi podczas ustalania oceny końcowej.

Jednym z nowych elementów, które powinny być oceniane podczas multimedialnie wspomaganego nauczania matematyki, jest umiejętność wykorzystania technologii w rozwiązywaniu problemów matematycznych. Konstruując kryteria oceny tej umiejętności, można przyjąć następujące poziomy jej osiągnięcia (tamże: 248):

1. Uczeń nie wykazuje elementarnej wiedzy i umiejętności w zakresie wykorzystania technologii w uczeniu się matematyki lub wykazuje je w stopniu nieznacznym.
2. Uczeń wykazuje elementarną wiedzę i umiejętności, lecz często potrzebuje znacznej pomocy indywidualnej nauczyciela lub innego ucznia.
3. Uczeń wykazuje oczekiwaną wiedzę i umiejętności na minimalnie wystarczającym poziomie.
4. Uczeń wykazuje wiedzę i praktyczne umiejętności na oczekiwanym poziomie.
5. Uczeń wykazuje wyższy od oczekiwanego poziom wiedzy i umiejętności.
6. Uczeń wykazuje znakomity, twórczy, innowacyjny poziom wiedzy i umiejętności.

W każdym z powyższych poziomów warto dodać stosunek ucznia do zasad etyki korzystania z nowoczesnych technologii, tzn. respektowanie praw autorskich, przedstawienie źródeł, odnośników itp.

Ocenianie osiągnięć uczniów zakładane w programie jest także szczegółowo omówione w pozycji Agnieszki Pfeiffer *Strategie oceniania różnych rodzajów aktywności dzieci starszych i młodzieży w edukacji matematycznej, wspierające kreatywność i samodzielność uczących się*.

6. EWALUACJA PROGRAMU

Głównym celem ewaluacji jest zdobycie informacji, która może być wykorzystana do podejmowania decyzji edukacyjnych (Niemierko, 2009: 318). Ewaluację w niniejszym programie nauczania postrzega się jako strategiczne wsparcie rozwoju ucznia ze względu na kompetencje matematyczne, kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, a także kompetencje cyfrowe. Takim wsparciem wydaje się być idea portfolio. Portfolio uczniowskie może zawierać wszelkie prace, które uczeń wykonuje na polecenie nauczyciela lub z własnej inicjatywy. Mogą to być raporty z projektów badawczych, ale też notatki do zadania rozwiązywanego na lekcji, wydruki wyników symulacji komputerowych przeprowadzonych podczas rozwiązywania problemu czy zestaw adresów stron internetowych, z których uczeń korzystał, zbierając informacje potrzebne do opracowania tematu. Portfolio oferuje uczniowi wyjątkową okazję do:

- podejmowania decyzji i kontrolowania procesu własnego uczenia się;
- badania indywidualnej pracy i rozwoju, refleksji nad własnymi mocnymi i słabymi stronami;
- nabywania umiejętności rzetelnej samooceny;
- przyjmowania większej odpowiedzialności za własne uczenie się.

Taka metoda ewaluacji ma jeszcze inne pozytywne skutki:

- dokumentuje osiągnięcia ucznia;
- dokumentuje przebieg procesu uczenia się i rozwój ucznia w tym procesie;
- wymaga od ucznia wykorzystywania różnych źródeł pozyskiwania informacji i przetwarzania ich (ze względu na różnorodność prac, które zawiera);
- stanowi unikalne źródło dokumentacji efektywności procesu nauczania;
- pozwala ocenić stopień osiągnięcia różnorodnych celów edukacyjnych;
- może zawierać prace w formie innej niż pisemna (atrakcyjna forma dla uczniów ze SPE);
- stymuluje bardziej efektywne kontakty uczeń-nauczyciel.

Oprócz idei portfolio program zakłada standardowe mierniki ewaluacji. Kiedy w centrum zainteresowania będą wyniki, osiągnięcia uczniów – wtedy wykorzystywane będą ilościowe metody i odpowiadające im narzędzia, np. testy. W przypadku ewaluacji koncentrującej się na ocenie relacji między uczniami w klasie, na procesie dydaktycznym, w którym istotną rolę odgrywają zastosowane metody pracy, wykorzystywane będą metody jakościowe posługujące się opisami (sytuacji, zachowań), raportami, obserwacjami, opiniami, wywiadami, ankietami, kwestionariuszami (Galant, 2012: 64–91).

Ewaluacja programu ma na celu uzyskanie informacji zwrotnej na temat efektywności zastosowanego programu w nauczaniu, warunków przebiegu pracy i wyników kształcenia. Określa ona skuteczność metod, stopień realizacji celów programu, przedstawia osiągnięcia ucznia. Zebrane dane pozwalają na określenie zalet i mankamentów programu, co w rezultacie wpływa na wprowadzanie zmian w celu usprawnienia procesu nauczania. Ewaluacja programu nauczania może być przeprowadzana podczas realizacji programu poprzez między innymi obserwację zachowań uczniów, ich pracy na lekcji, obserwację sposobu pracy nauczyciela oraz rozmowy z uczniami. Natomiast po zrealizowaniu określonego etapu programu, np. po upływie semestru, także poprzez zbieranie informacji ustnej (sukcesy i porażki), pomiar przyrostu osiągnięć, przygotowanie prezentacji dorobku uczniów np. z portfolio oraz przeprowadzenie i analizę wyników ankiety. Przykładowe pytania do uczniów:

1. Co sprawia ci w nauce matematyki najwięcej problemów?
2. Czy sposób prowadzenia zajęć ci odpowiada?
3. Czy tematyka zajęć jest interesująca?
4. Czy odniosłeś korzyści z uczestniczenia w zajęciach? Jeśli tak, jakie?
5. Które ze stosowanych przez nauczyciela metod pracy pozwoliły ci aktywnie uczestniczyć w zajęciach?
6. Czy atmosfera w klasie sprzyja zdobywaniu wiedzy?
7. Czy proponowana przez nauczyciela forma zajęć rozwija umiejętności samokształcenia?
8. Jak oceniasz rodzaj i stopień trudności prac domowych?
9. Jak oceniasz pracę nauczyciela?
10. Czy formy sprawdzania wiadomości i umiejętności ci odpowiadają?
11. Czy mogłeś podczas zajęć w pełni wykazać się swoją wiedzą?
12. Czy mogłeś obserwować rezultaty swojej pracy?
13. Czy nauczyłeś się samodzielnie zdobywać wiedzę?
14. Czy ćwiczenia robione na zajęciach rozwijają umiejętności praktyczne?
15. Co chciałbyś zmienić w prowadzeniu zajęć?

7. PODSUMOWANIE

W praktyce szkolnej edukacja matematyczna przygotowuje młodych ludzi do wykorzystywania myślenia matematycznego w skutecznym rozwiązywaniu problemów wynikających z codziennych sytuacji. Zmierza do stworzenia podstaw do korzystania z logiki, kształtowania myślenia przestrzennego czy nabycia umiejętności prezentacji matematycznej (wzory, modele, wykresy, tabele). Wymaga to wykształcenia zdolności i właściwej motywacji do korzystania z szerokiego wachlarza operacji i narzędzi matematycznych. Zgodnie z zaleceniami Parlamentu Europejskiego w dziedzinie matematyki zajęcia lekcyjne i pozalekcyjne powinny wyposażyć każdego ucznia w wiedzę, która obejmuje: umiejętność sprawnego liczenia, znajomość sposobów wykonywania pomiarów, znajomość sposobów dokonywania prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych oraz znajomość pytań, na które tylko matematyka może dać odpowiedź.

Program nauczania matematyki w szkole branżowej I stopnia „Multimedialnie na matematyce I” zakłada kształcenie i szkolenie wszystkich młodych ludzi w celu rozwijania kompetencji kluczowych na poziomie dającym im odpowiednie przygotowanie do dorosłego życia oraz stanowiącym podstawę dla dalszej nauki w szkole branżowej II stopnia lub życia zawodowego, umożliwianie osobom dorosłym rozwijania i aktualizowania kompetencji kluczowych przez całe życie. Program nauczania jest w pełni zgodny z podstawą programową oraz uwzględnia możliwość indywidualizacji pracy z uczniem. Jest również spójny pod względem merytorycznym i dydaktycznym, a przedstawiony sposób realizacji treści zapewnia realizację celów ogólnych i szczegółowych zawartych w podstawie programowej.

Podstawowe cele kształcenia w szkołach kładą nacisk na umiejętność rozwiązywania problemów i przygotowanie uczniów do odpowiedzialnego funkcjonowania we współczesnym świecie, co powinno być najważniejszym zadaniem nauczyciela, zatem program nauczania może być zaadaptowany do każdej placówki. Z racji tego, że od września 2018 r. pierwsze szkoły zostały podłączone do szybkiego Internetu w ramach utworzenia Ogólnopolskiej Sieci Edukacyjnej (OSE) i sukcesywnie do 2020 roku Ministerstwo Cyfryzacji zapowiedziało podłączenie wszystkich szkół do OSE, program nauczania „Multimedialnie na matematyce I” jest pozbawiony barier (finansowych, organizacyjnych, technologicznych) uniemożliwiających adaptację programu w danej placówce.

Warto wprowadzić do programu nauczania kontekst – oczywiście jest, że aplikacje pomagające w rozwiązywaniu zadań matematycznych (i nie tylko) istnieją od lat, a uczniowie z nich korzystają. Istotne jest jednak nie samo rozwiązanie, lecz to, czy ktoś je zrozumiał i czy potrafi je samodzielnie zastosować w analogicznym zadaniu zgodnie z ideą konstruktywizmu. Wykorzystanie aplikacji, która podaje gotowe rozwiązania, ma ułatwić uczniom zrozumienie działań matematycznych, a nie automatycznie rozwiązywać za nich prace domowe.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Bednarek Józef, *Multimedia w kształceniu*, PWN, Warszawa 2012.
- 2) Bryński M. i in., *Program nauczania „Matematyka dla przyszłości”*, JUKA, Warszawa 1999.
- 3) Dylak Stanisław, *Wprowadzenie do konstruowania szkolnych programów nauczania*. PWN, Warszawa 2000.
- 4) Galant Anna, *Ewaluacja programu nauczania*, [w:] Kosyra-Cieślak T. (red), *Programy nauczania w rzeczywistości szkolnej. Tworzenie – wybór – ewaluacja.*, ORE, Warszawa 2012.
- 5) Guzicki Wojciech, *Poradnik nauczyciela matematyki*, ORE, Warszawa 2013.
- 6) Iwaszczuk Katarzyna, *Matematyka – autorski program kształtowania kompetencji kluczowych*, [w:] M. Sobczak, *Autorskie programy rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- 7) Kozuch Magdalena, Pietruszka Paulina, *Twórcza matematyka Wspieranie uczniów zdolnych*, ORE, Warszawa 2011.
- 8) Krygowska Zofia, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. I., WSiP, Warszawa 1977.
- 9) Kwiecień Dariusz, *Efektywne metody nauczania matematyki dla uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych z wykorzystaniem TIK*, ORE, Warszawa 2016.
- 10) Niemierko Bolesław, *Kształcenie szkolne, Podręcznik skutecznej dydaktyki*. Wyd. Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2007.
- 11) Niemierko Bolesław, *Diagnostyka edukacyjna*, PWN, Warszawa 2009.
- 12) Okoń Wincenty, *Wprowadzenia do dydaktyki ogólnej*, Wyd. „Żak”, Warszawa 1996.
- 13) Płońska Anna, *Jak pokonać trudności z funkcjami na lekcjach matematyki w szkole ponadpodstawowej*, Wyd. Nowik, Opole 2018.
- 14) Płońska Anna, *Jak pokonać trudności z matematyką w szkole ponadgimnazjalnej*. Wyd. Nowik, Opole 2018.
- 15) Pobiega E., Skiba R., Winkowska-Nowak K., *Matematyka z GeoGebra*, Wydawnictwo Akademickie SEDNO, Warszawa 2014.
- 16) Rybak Anna, *Multimedialne wspomaganie kształcenia matematycznego*, Wyd. NOWIK, Opole 2016.
- 17) Siwek Helena, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa 1998.
- 18) Townsend Anthony, *Nauczyciele jako „przewodnicy w uczeniu się”*, [w:] Mazurkiewicz G. (red.), *Jakość edukacji. Różnorodne perspektywy*, wyd. Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2012.
- 19) Wadsworth Barry J., *Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka*, WSiP, Warszawa 1998.
- 20) Wójtowicz Tomasz, *Aktywnie na matematyce. Program nauczania matematyki dla IV etapu edukacyjnego*, ORE, Warszawa 2013.

- 21) Zaremba Lilianna, *Specjalne potrzeby rozwojowe i edukacyjne dzieci i młodzieży*. ORE, Warszawa 2014.

Akty prawne

- 1) Uchwała Nr 61 Rady Ministrów z 26 marca 2013 r. w sprawie przyjęcia „Strategii Rozwoju Kapitału Społecznego 2020”.
- 2) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 28 marca 2017 r. w sprawie ramowych planów nauczania dla publicznych szkół (Dz.U. z 31 marca 2017 r., poz. 703).
- 3) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 24 lutego 2017 r., poz. 1591).
- 4) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 9 sierpnia 2017 r. w sprawie zasad organizacji i udzielania pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach (Dz.U. z 25 sierpnia 2017 r., poz. 1591).
- 5) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 9 sierpnia 2017 r. w sprawie warunków organizowania kształcenia, wychowania i opieki dla dzieci i młodzieży niepełnosprawnych, niedostosowanych społecznie i zagrożonych niedostosowaniem społecznym (Dz.U. z 24 sierpnia 2017 r., poz. 1578).
- 6) Zalecenie Rady Unii Europejskiej z dnia 22 maja 2018 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej 2018/C 189/01).

Netografia

- 1) Borgensztajn J., i in., *Wytyczne wraz z aneksem do tworzenia programów nauczania*, ORE.edu, 2018, <https://www.ore.edu.pl/wp-content/uploads/2018/08/wytyczne_wraz_z_aneksem_do_tworzenia_programow_nauczania-1.pdf> [dostęp 2 kwietnia 2019].
- 2) Matuszczak A., *Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi*, 2015, <<https://sites.google.com/site/programgimnazjum/nakladka-na-program-dla-uczniow>> [dostęp 4 kwietnia 2019].
- 3) *Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem*, <https://www.cke.edu.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Podstawa_programowa/SP_PP_2017_Matematyka.pdf> [dostęp 2 kwietnia 2019].
- 4) Pfeiffer A., *Konstruktywizm i metody aktywizujące w edukacji matematycznej dzieci starszych i młodzieży*, ORE.edu, 2017, <<https://www.ore.edu.pl/2018/02/materialy-dla-nauczycieli-szkol-cwiczen-matematyka/>> [dostęp 4 kwietnia 2019].

- 5) Pfeiffer A., *Strategie oceniania różnych rodzajów aktywności dzieci starszych i młodzieży w edukacji matematycznej, wspierające kreatywność i samodzielność uczących się*, ORE.edu, 2017, <<https://www.ore.edu.pl/2018/02/materialy-dla-nauczycieli-szkol-cwiczen-matematyka/>> [dostęp 4 kwietnia 2019].
- 6) Wróbel K., Stasiak M., *Model funkcjonowania pracowni przedmiotowej z matematyki w szkole ponadpodstawowej*, ORE.edu, 2017, <<https://www.ore.edu.pl/2018/02/materialy-dla-nauczycieli-szkol-cwiczen-matematyka/>> [dostęp 4 kwietnia 2019].
- 7) <https://www.medianauka.pl/> [dostęp 25 marca 2019].
- 8) <https://learningapps.org/about.php> [dostęp 25 marca 2019].
- 9) <https://pl.khanacademy.org/> [dostęp 25 marca 2019].
- 10) <https://www.matemaks.pl/> [dostęp 25 marca 2019].
- 11) <https://sites.google.com/site/ggiwarszawa/Home> [dostęp 25 marca 2019].
- 12) <http://www.epodreczniki.pl/> [dostęp 25 marca 2019].
- 13) <https://www.npseo.pl/data/documents/3/263/263.pdf> [dostęp 25 marca 2019].
- 14) *Metoda JIGSAW*, <cms.gwo.pl/files/download/24330> [dostęp 4 kwietnia 2019].

Agnieszka Szumera – asystent w Instytucie Matematyki i Informatyki Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Chełmie z 16-letnim stażem pracy. Wieloletnia nauczycielka matematyki oraz trenerka warsztatów z matematyki dla uczniów w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”; doradca metodyczny dla nauczycieli w zakresie pracy z uczniem słabym/zdolnym na lekcjach matematyki; wykładowca zajęć na studiach podyplomowych „Nauczanie matematyki” w PWSZ w Chełmie; egzaminator konkursów matematycznych „Zostań Euklidesem”, „Zostań Pitagorasem”; opracowywanie zestawów zadań na cykliczny konkurs matematyczny im. Samuela Chróścikowskiego (współautor publikacji *Konkurs matematyczny im. Samuela Chróścikowskiego*, PWSZ, Chełm 2019); specjalista w zakresie tworzenia programu nauczania (współautor programu nauczania „Zrównoważona Szkoła”, PWSZ, Chełm 2014 oraz poradnika metodycznego *Zrównoważona Szkoła dla Zrównoważonego Świata*, PWSZ, Chełm 2014 w ramach projektu MINDSTEPS).